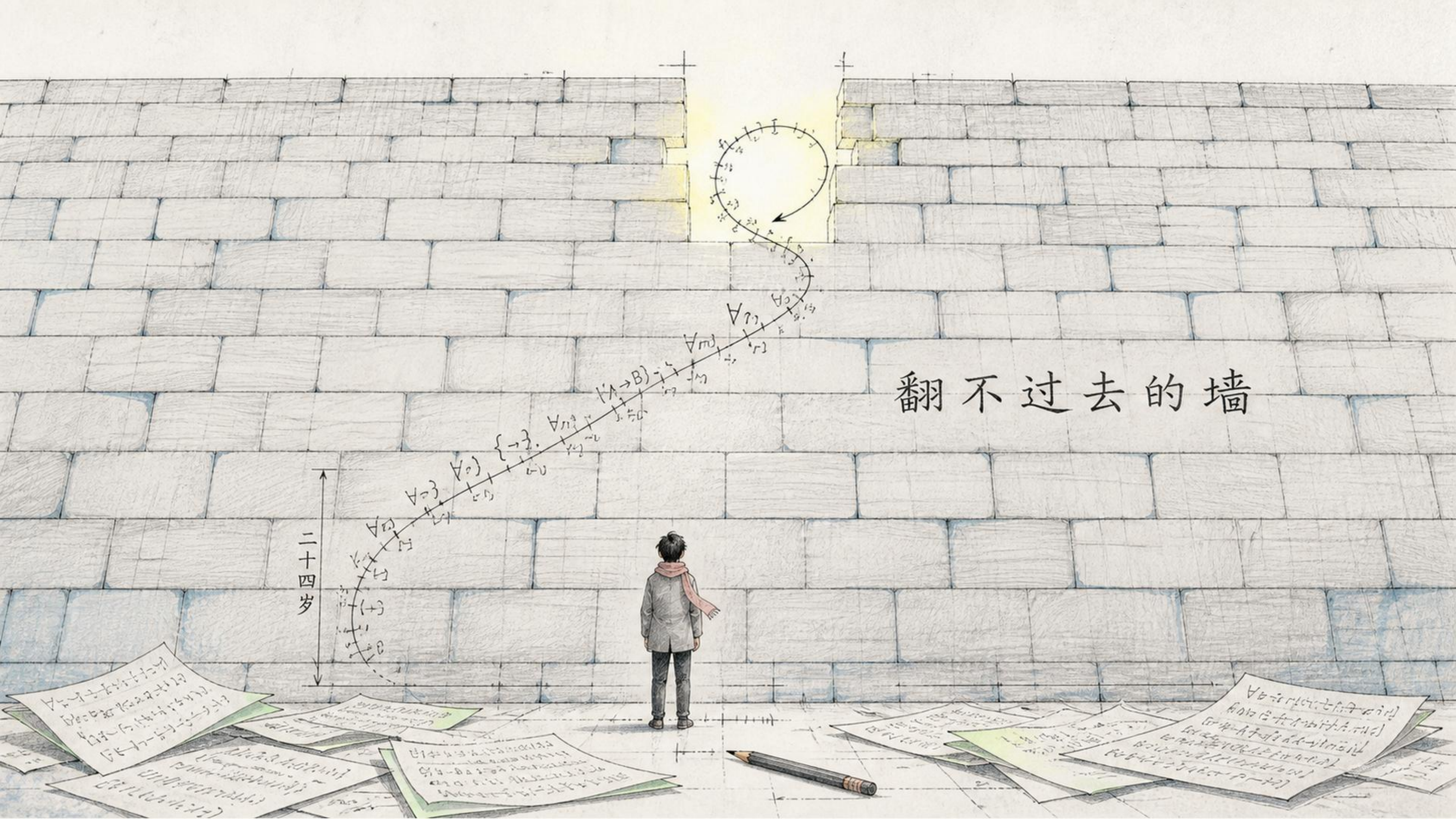




翻不过去的墙

二十四岁



1930年9月
柯尼斯堡

$$\sum_{i=1}^n a_i = 0$$

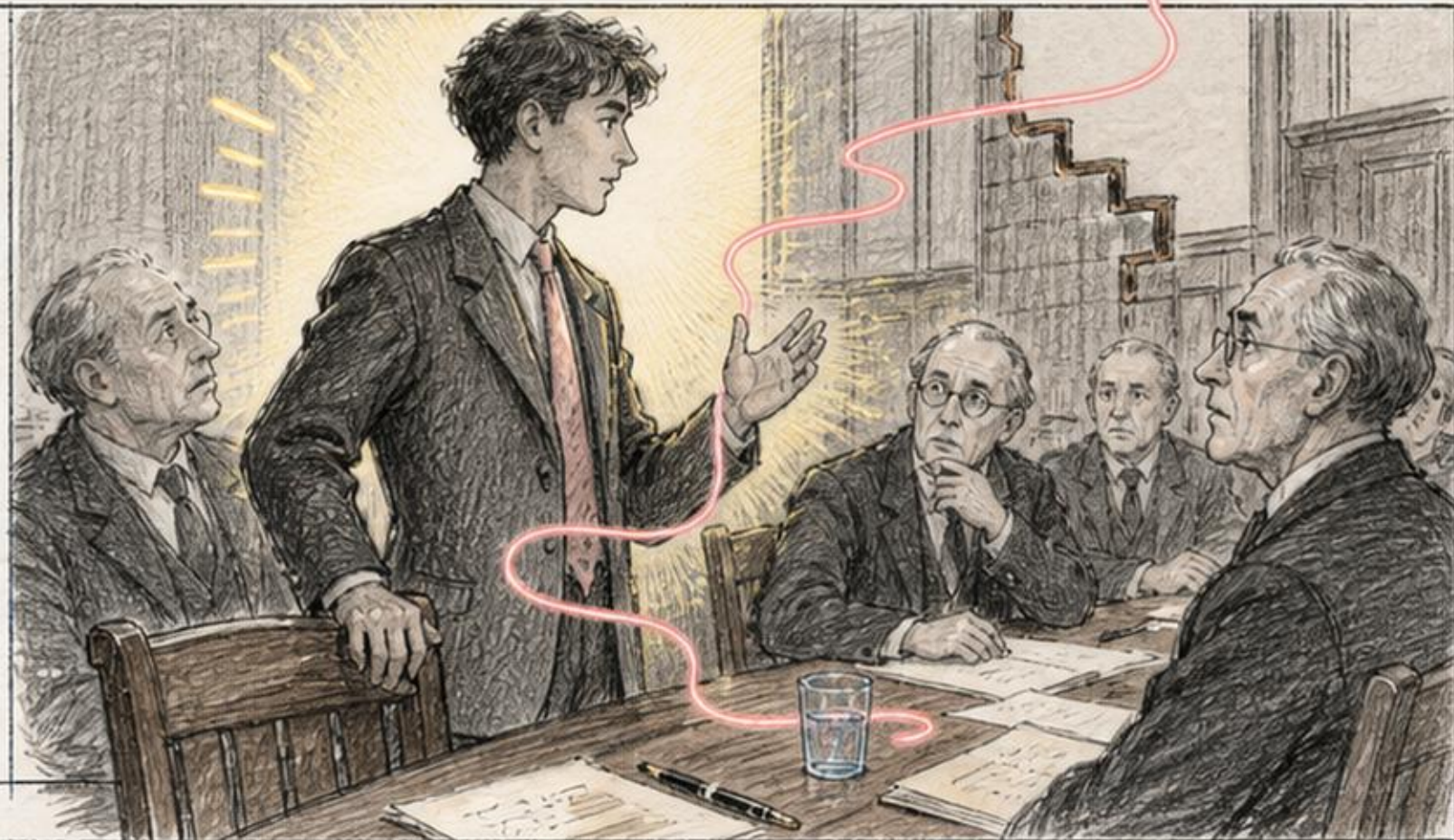
$$\oint_Y \omega = 0$$
$$d\omega = 0$$



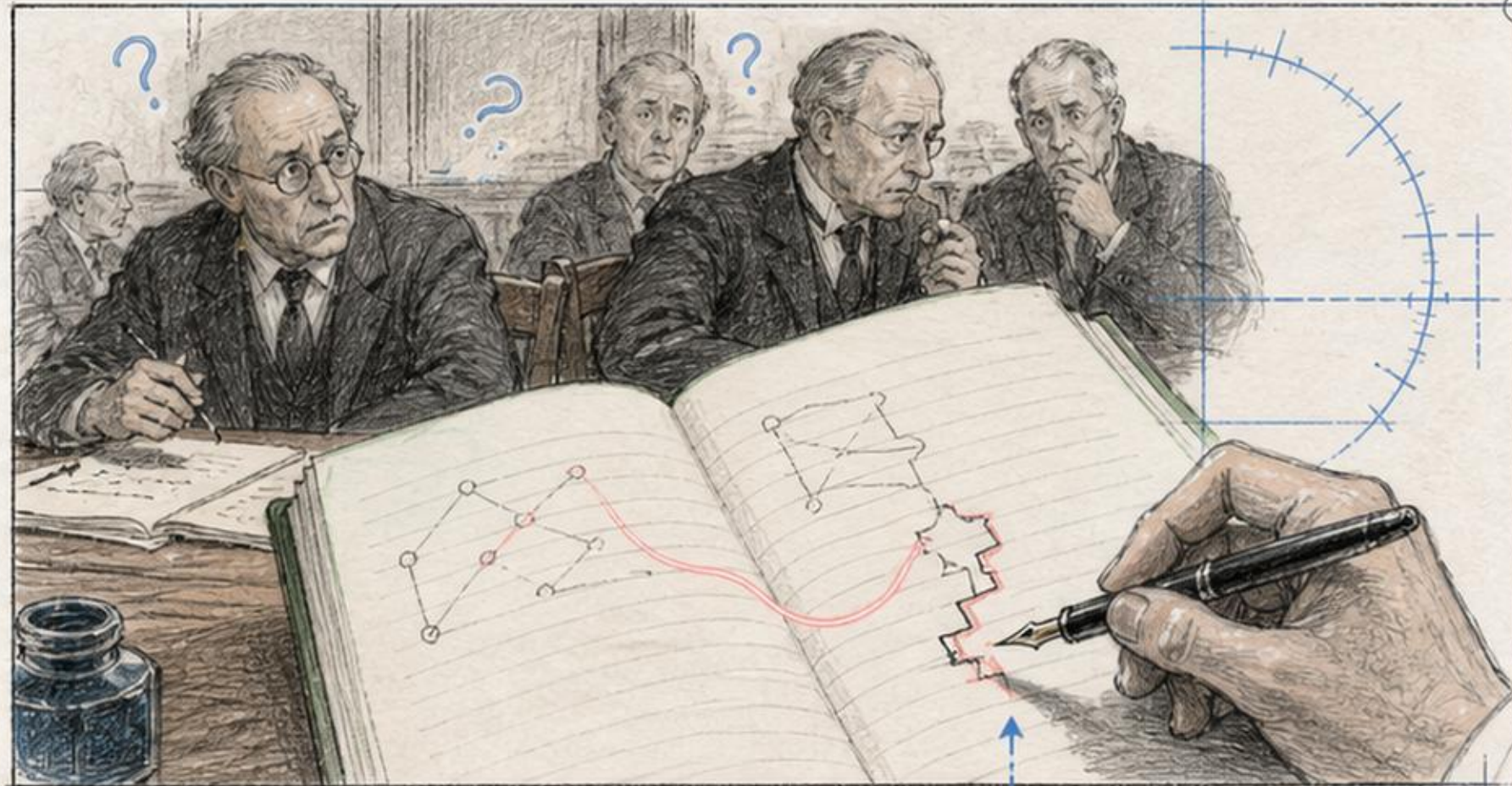
$$G = (V, E)$$
$$\chi = |V| - |E| + |F|$$
$$V - E + F = 2$$
$$\therefore \chi = 2$$



不到一分钟



同一人



同一本笔记

1930

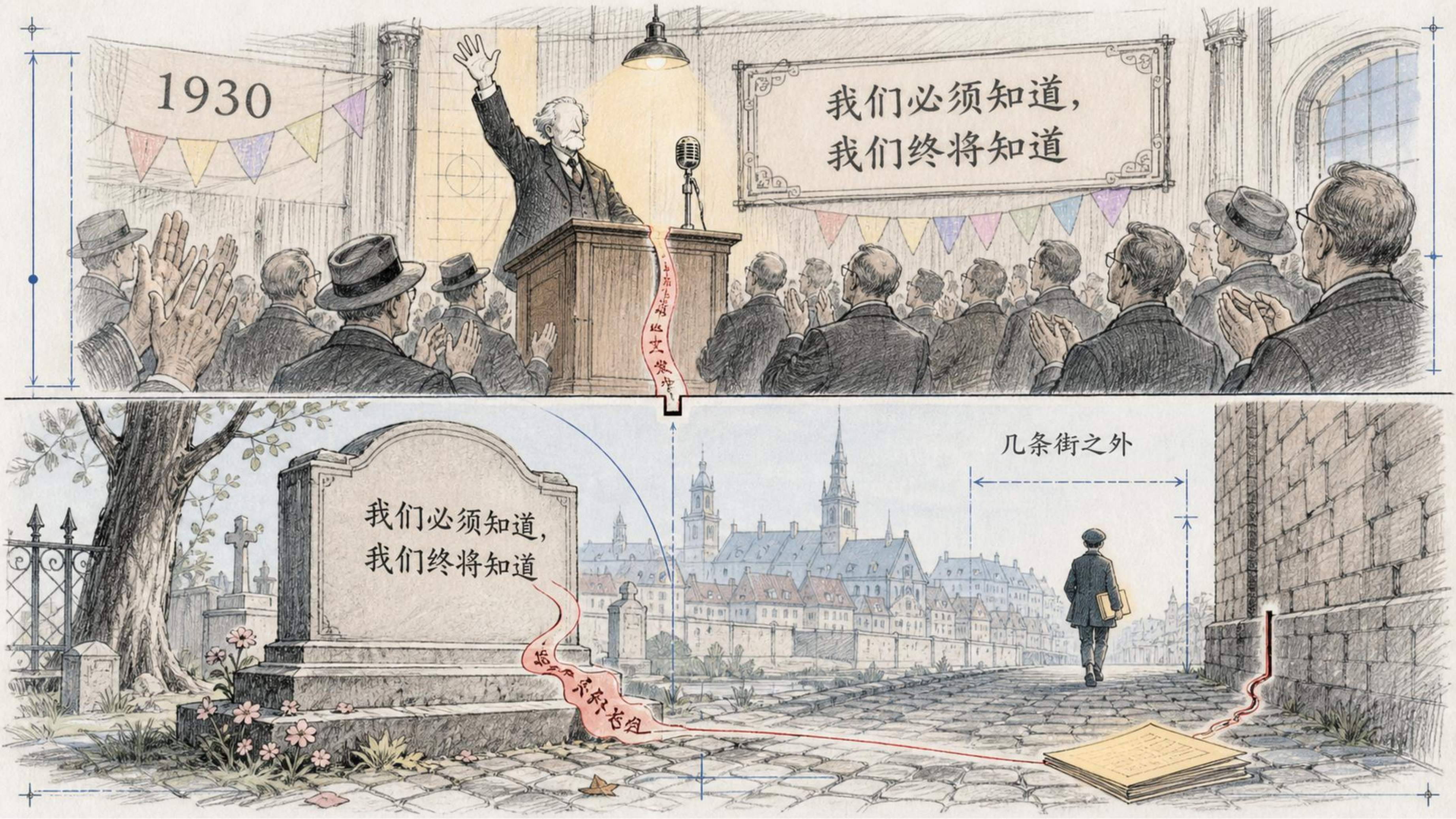
我们必须知道，
我们终将知道

上海图书馆
人文馆

几条街之外

我们必须知道，
我们终将知道

上海图书馆
人文馆



王利杰： 今天来还这个债

主持人开场

为什么不能
证明所有真命题？

系统越强，
越接近真相？

证明的边界
在哪里？

$$\frac{\vdash \varphi}{\vdash \psi} \dots$$

$$G \rightarrow \neg \text{Prov}_G(\ulcorner G \urcorner)$$

$$\text{Prov}_G(x) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \text{Prf}_G(x, n)$$

教科书式概括

$$A \Rightarrow B$$

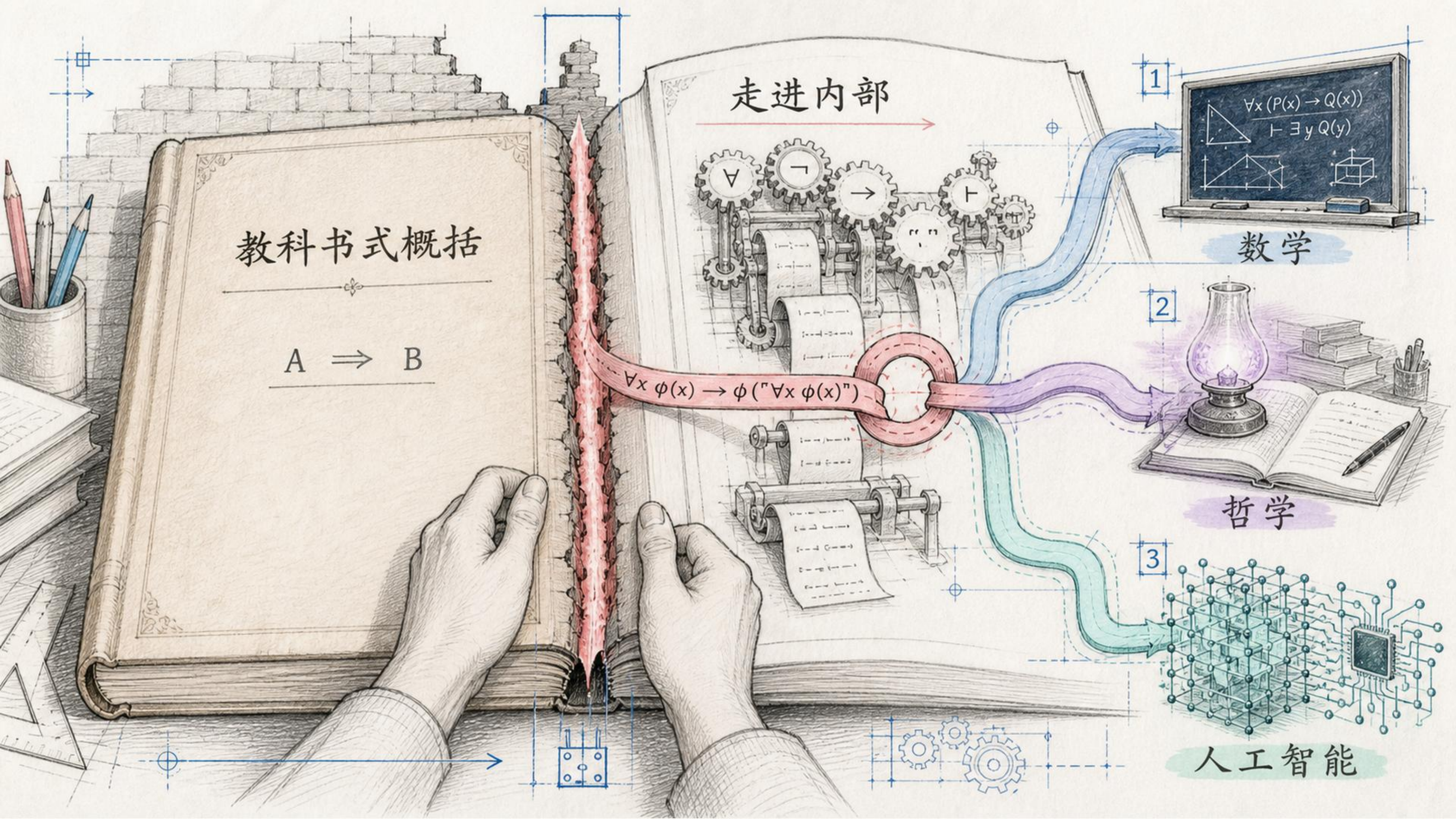
走进内部

$$\forall x \phi(x) \rightarrow \phi(\ulcorner \forall x \phi(x) \urcorner)$$

1 数学

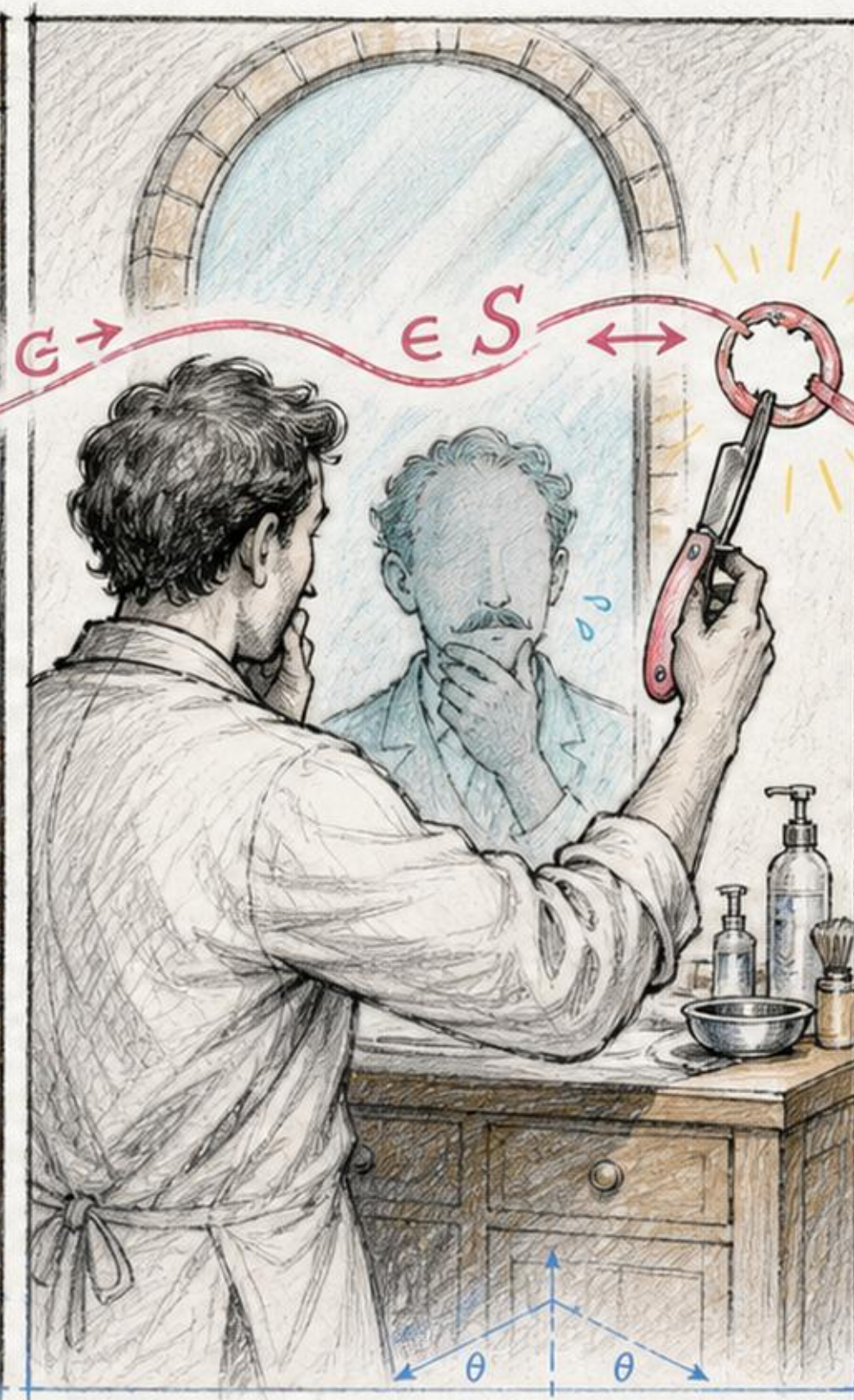
2 哲学

3 人工智能

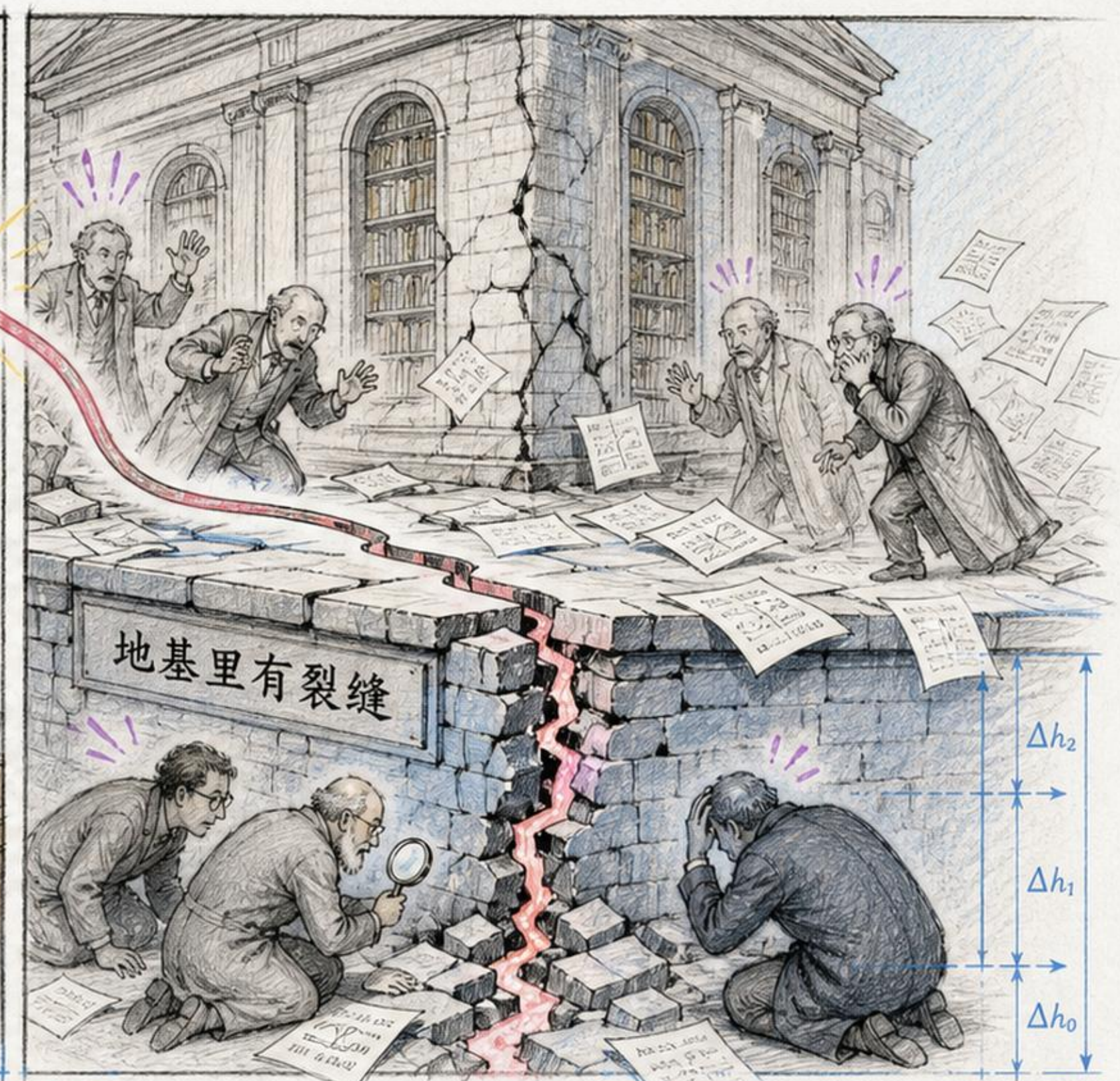




①



②



③

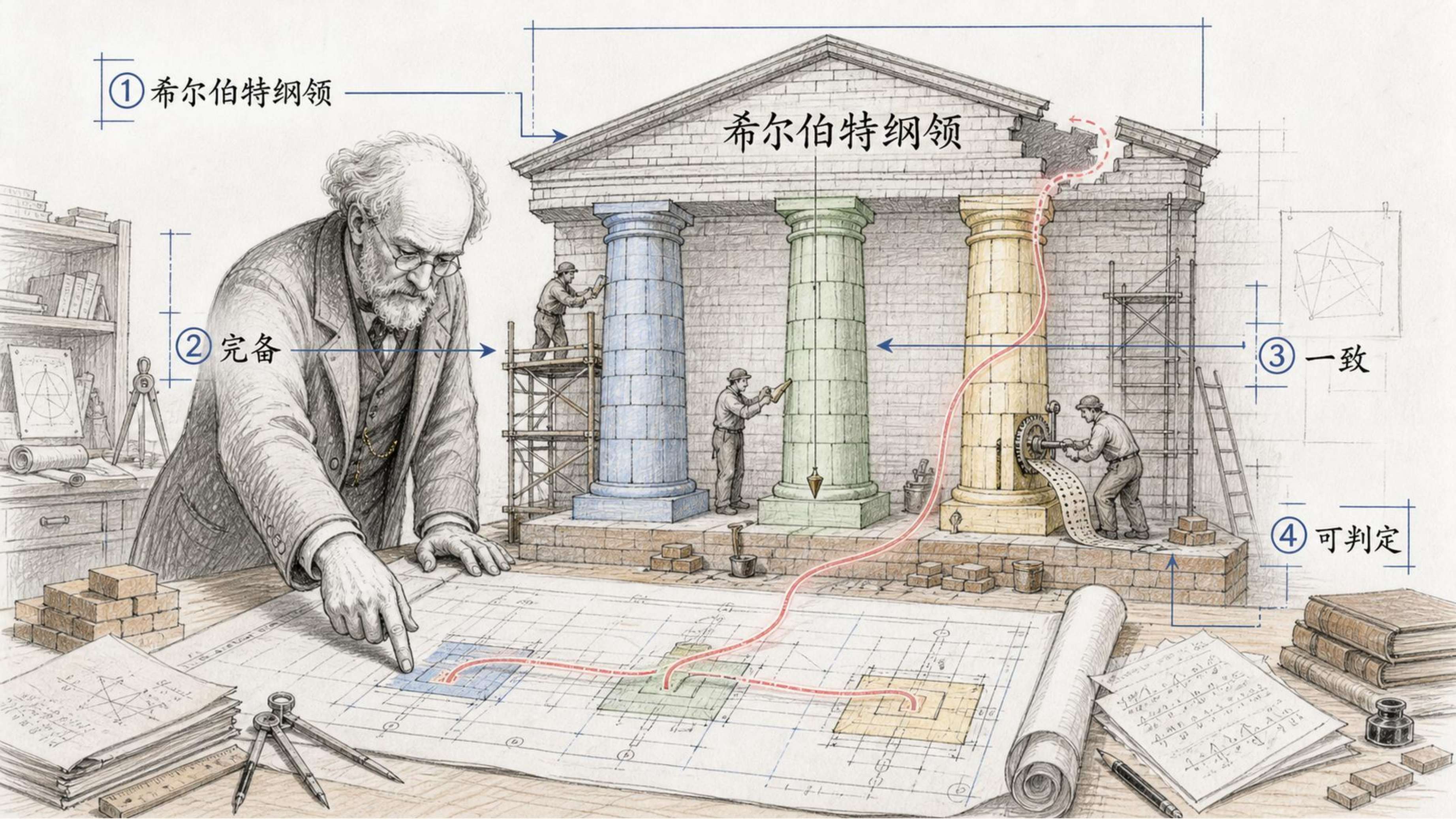
① 希尔伯特纲领

希尔伯特纲领

② 完备

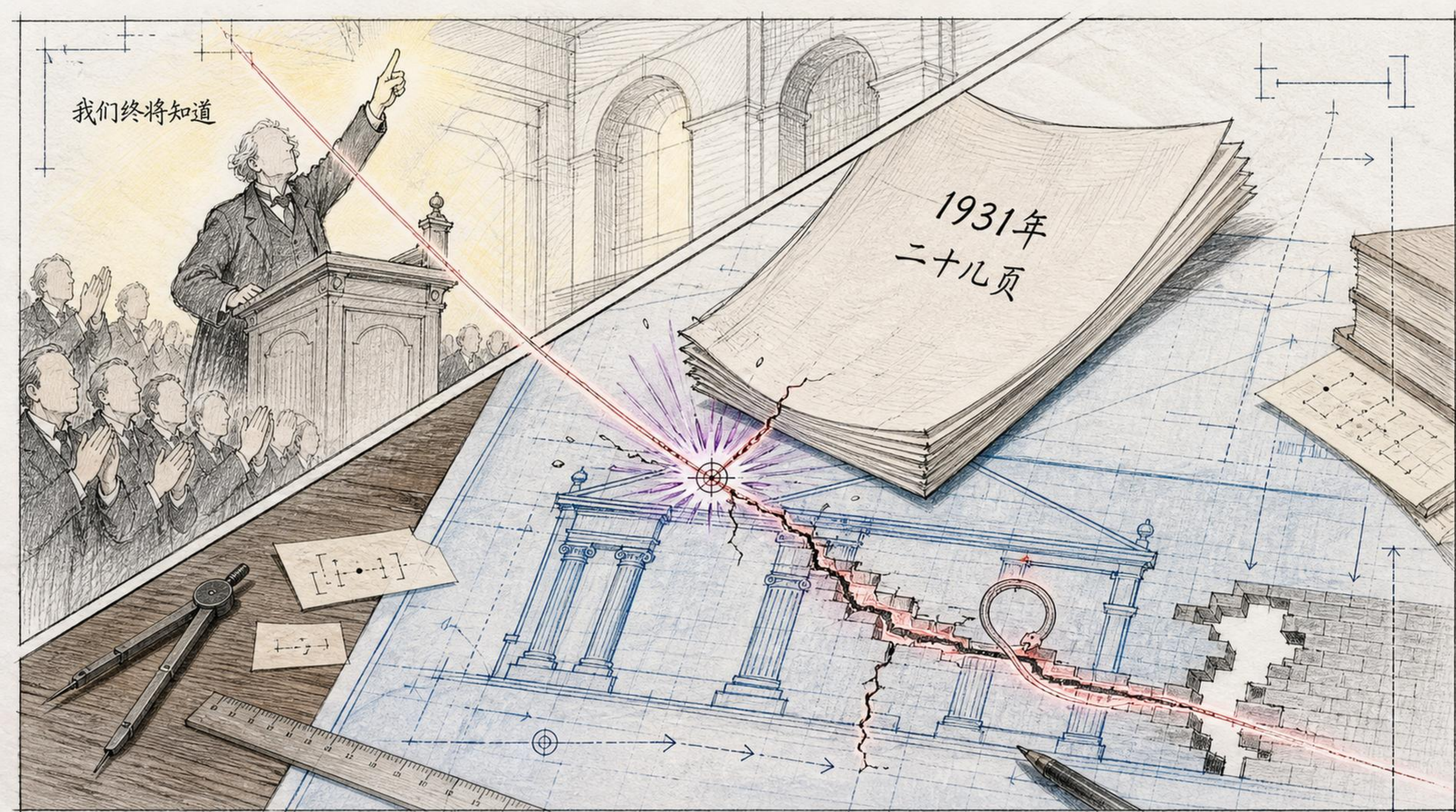
③ 一致

④ 可判定



我们终将知道

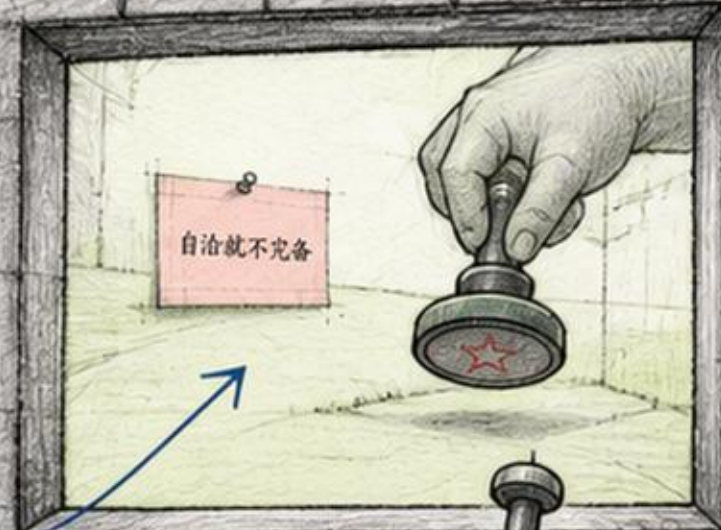
1931年
二十儿页



自治就不完备

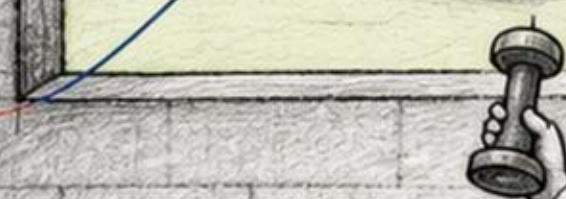


自治就不完备



证明不了自己一致

报告要从外面出

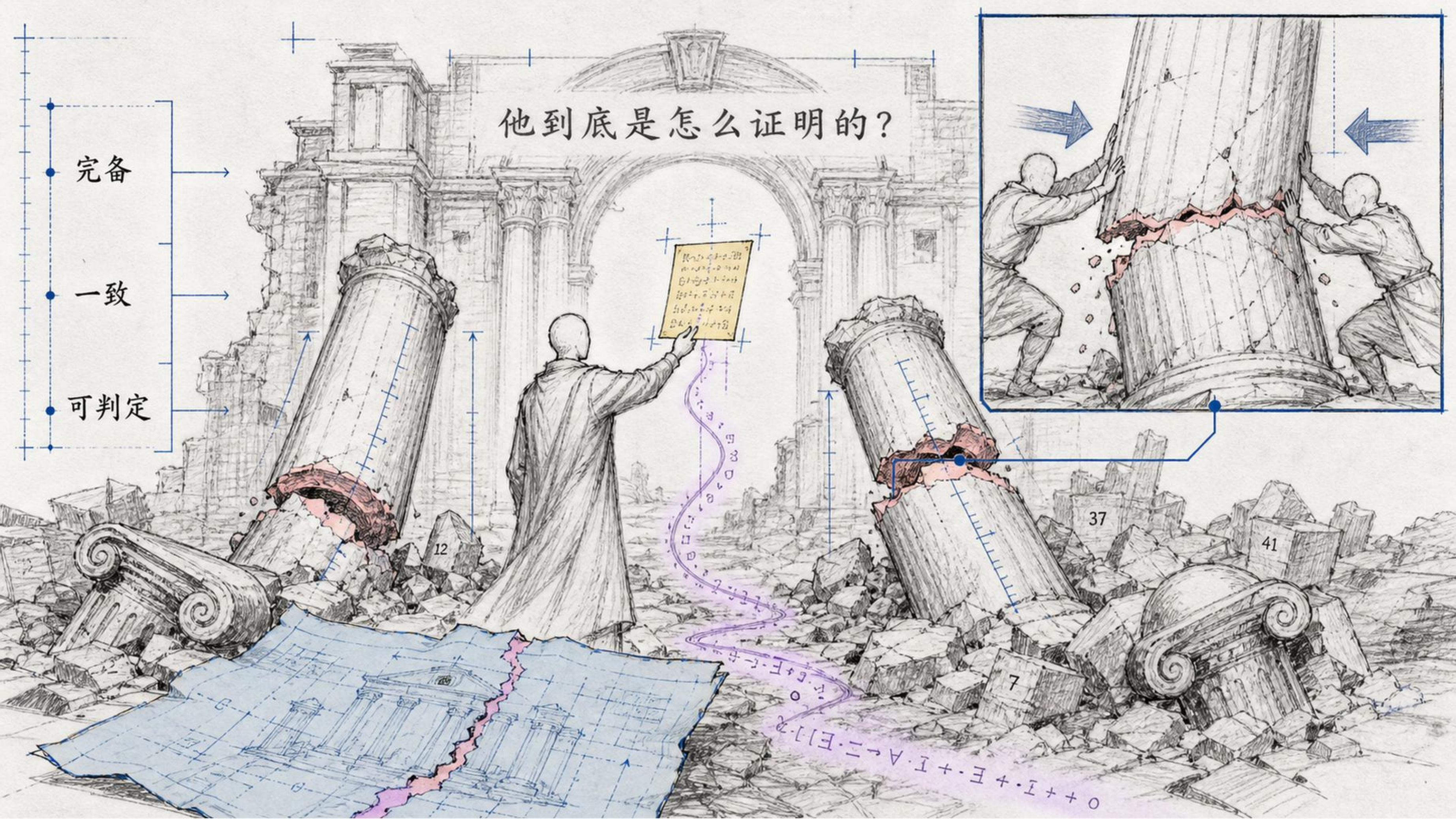
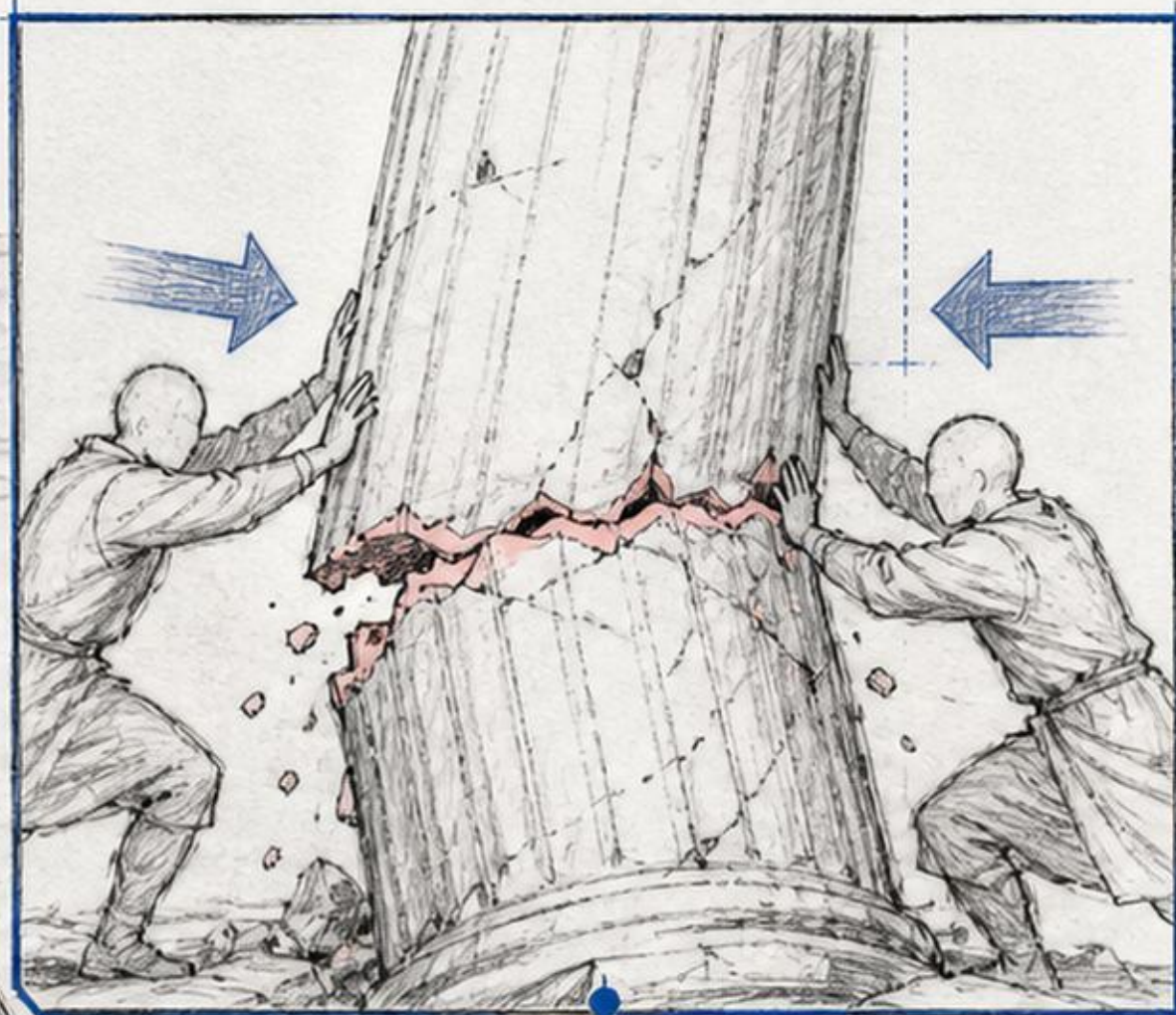


他到底是怎么证明的？

完备

一致

可判定



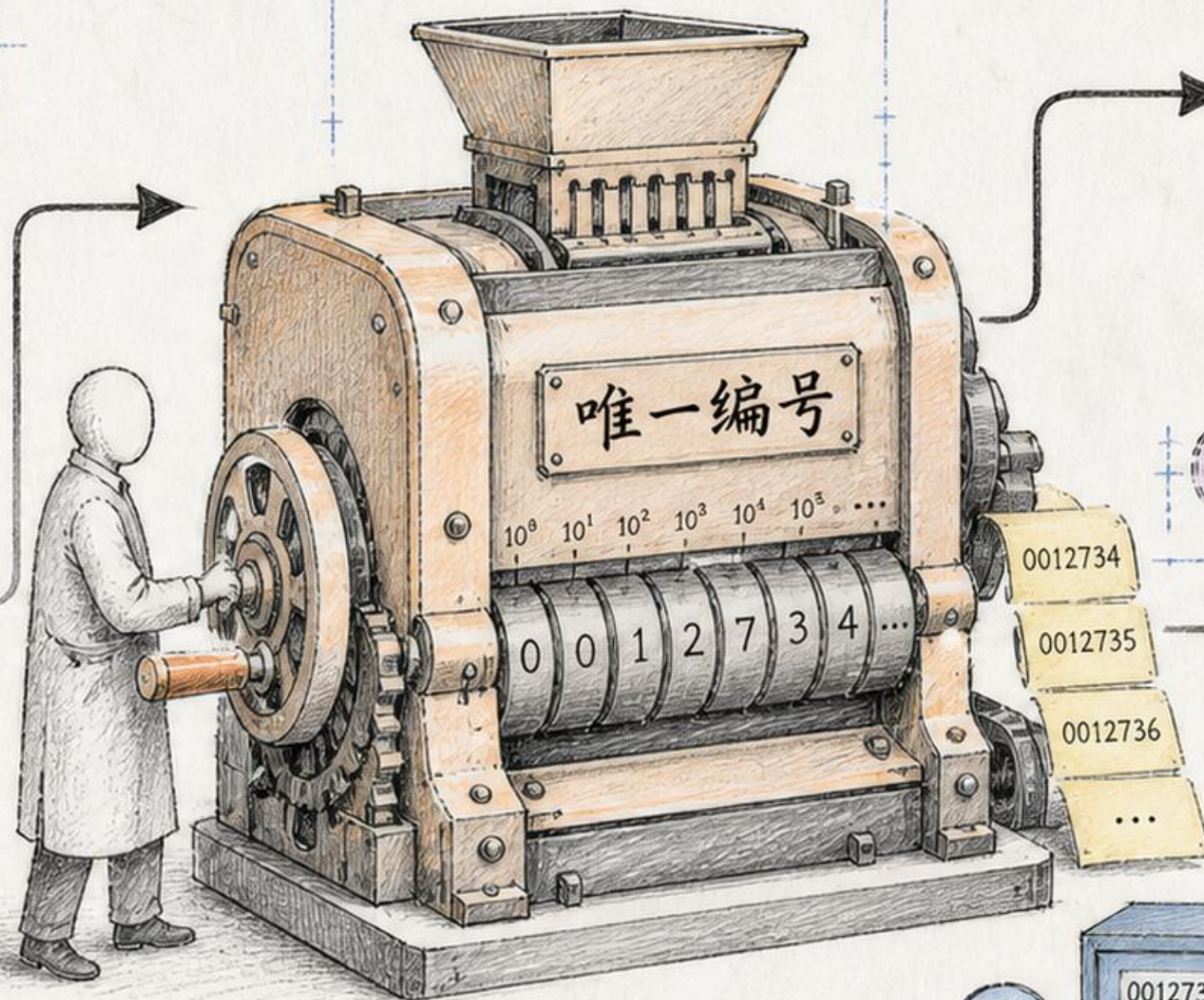
第一步：编码

1

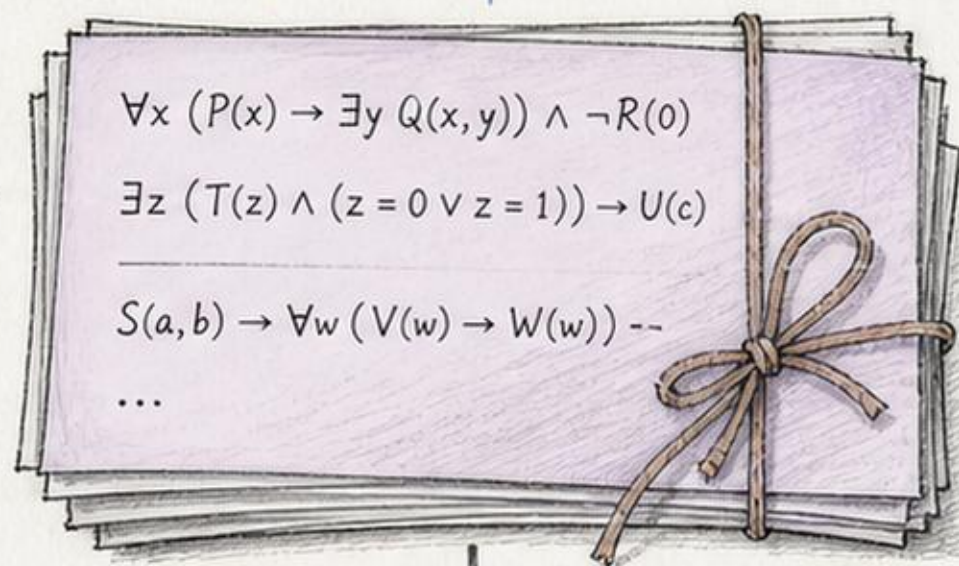


$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x,y)) \wedge \neg R(0) \rightarrow S(a,b)$
 $\exists z (T(z) \wedge (z=0 \vee z=1)) \rightarrow U(c)$
...

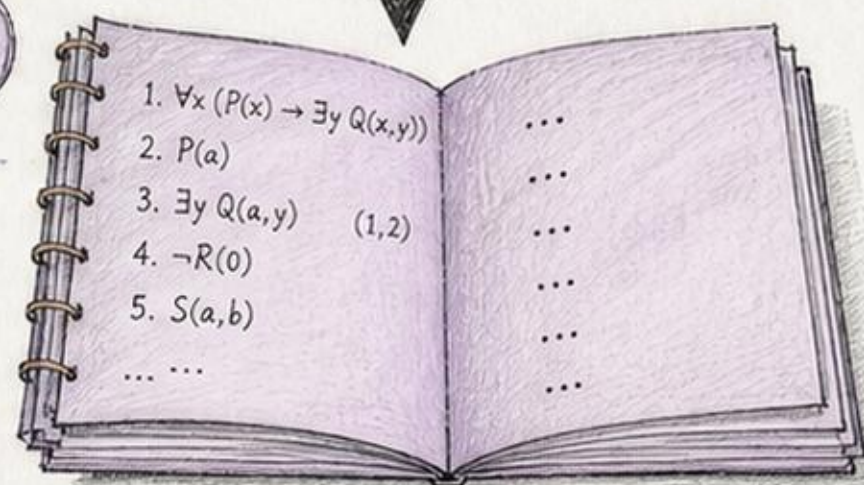
2



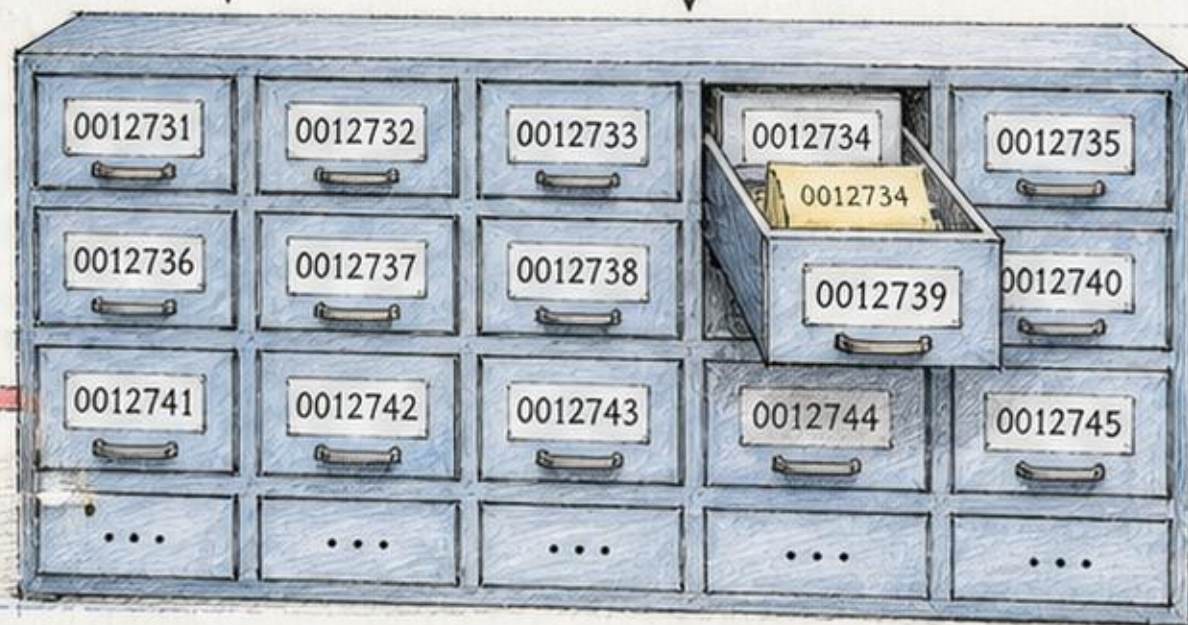
3



4



5



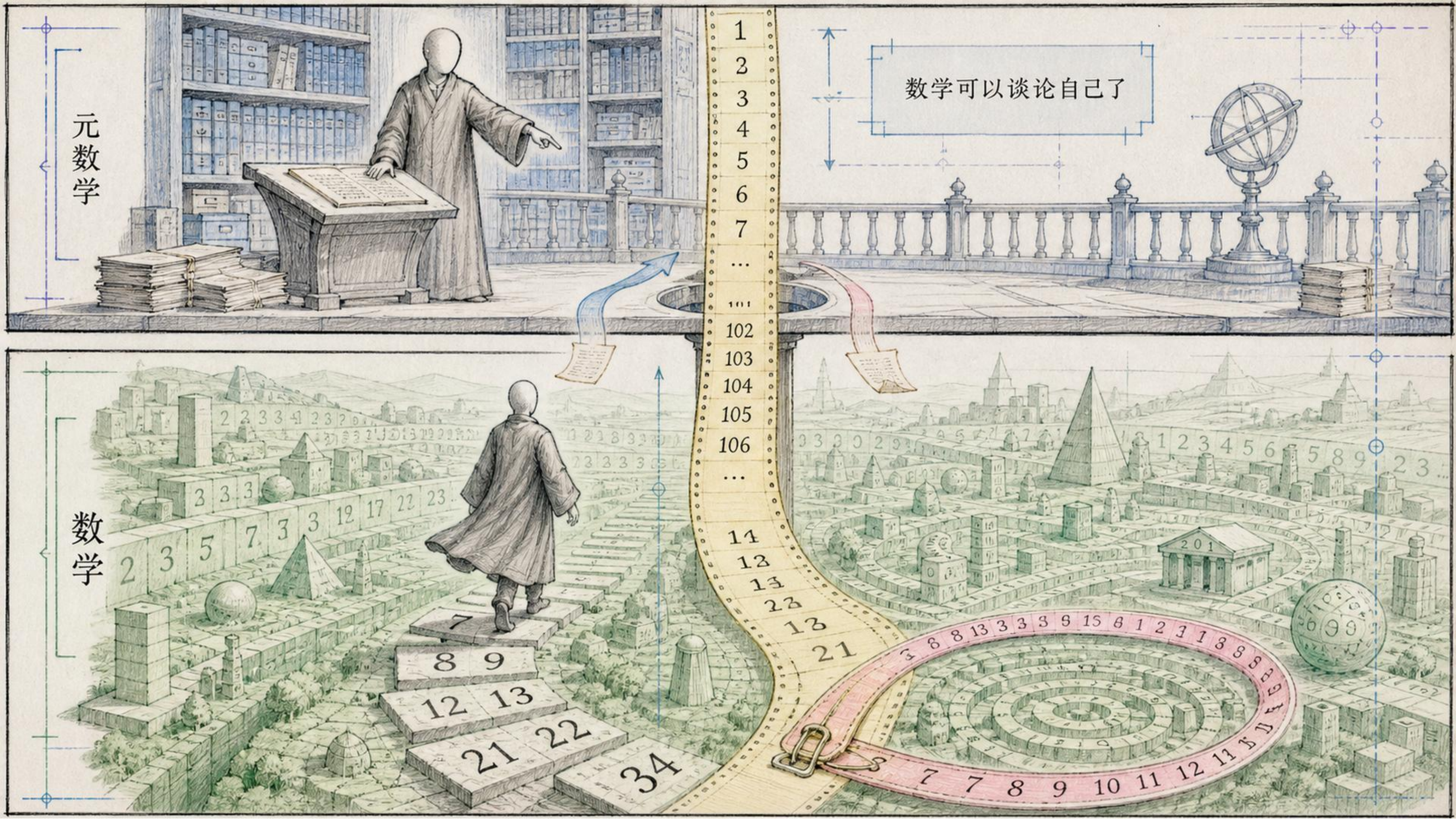
6

自指

元数学

数学可以谈论自己了

数学



1, 3, 12, 5, 8, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

1			✓
2			✓
3			
5	✓	✓	
8	✓		☆
13	✓		
21		✓	
34			✓
55		✓	

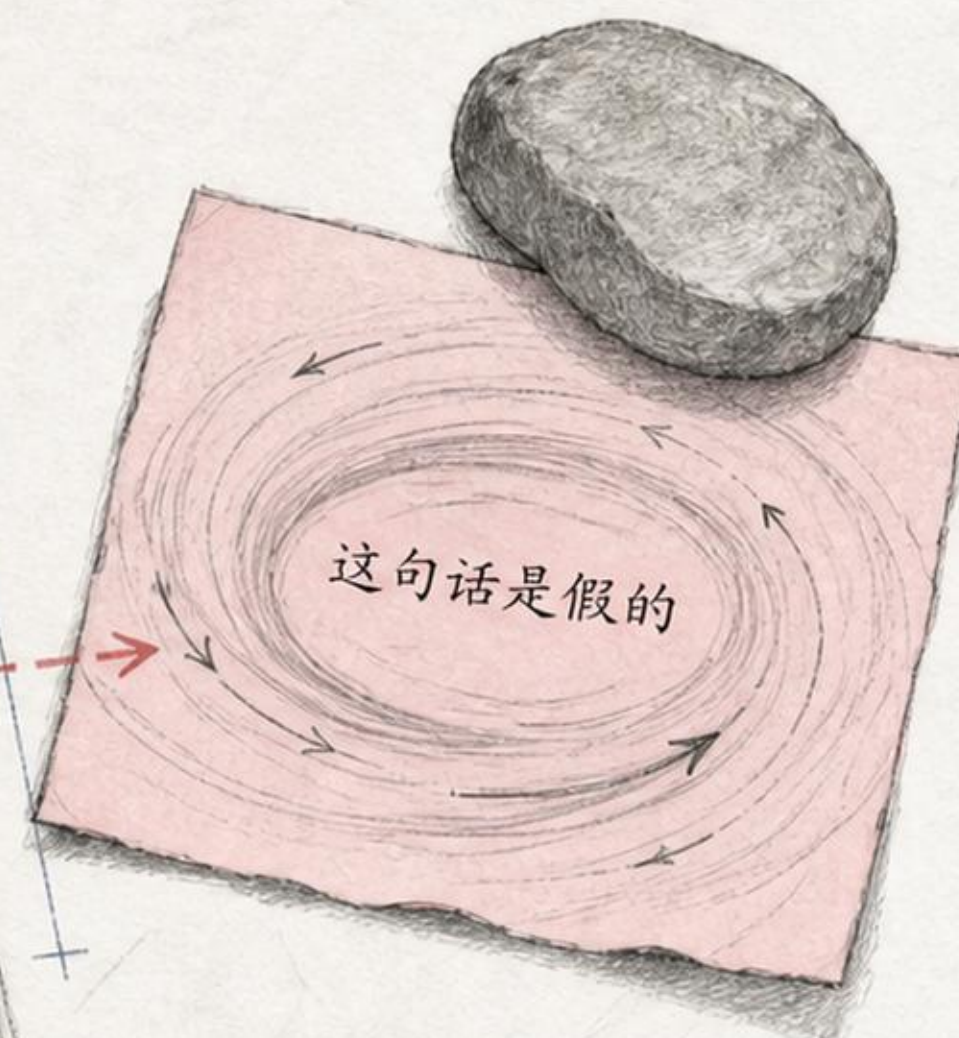
$\wedge, \vee, \neg,$
 $\forall, \exists, \rightarrow$
 $[\neg G]$
 $p, q, r, \dots$
...

→ 144, 233, ...

← ... 34, 55, 21, 8, 5, 12, 3, 1

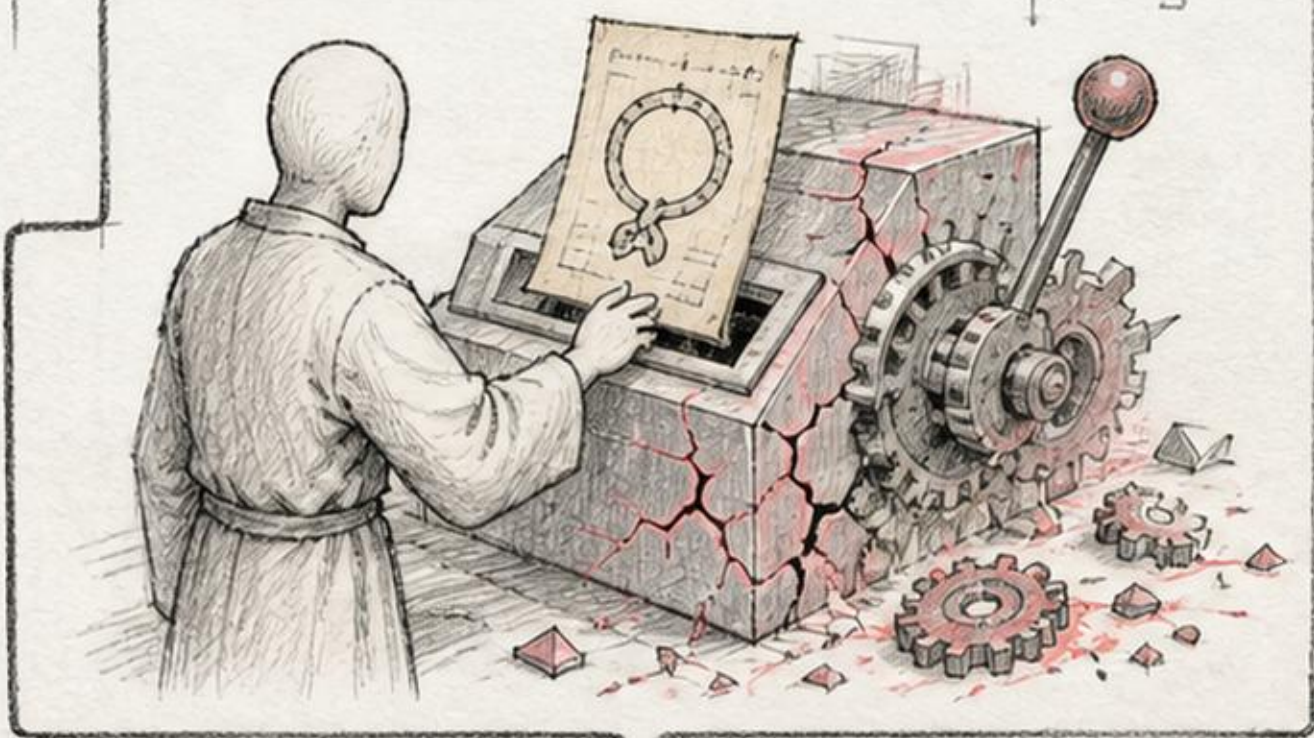
这个命题在本系统内不可证明

$$G \equiv \text{Prf}_T(\neg G) = \neg \exists p \text{Prf}_T(p, \neg G)$$

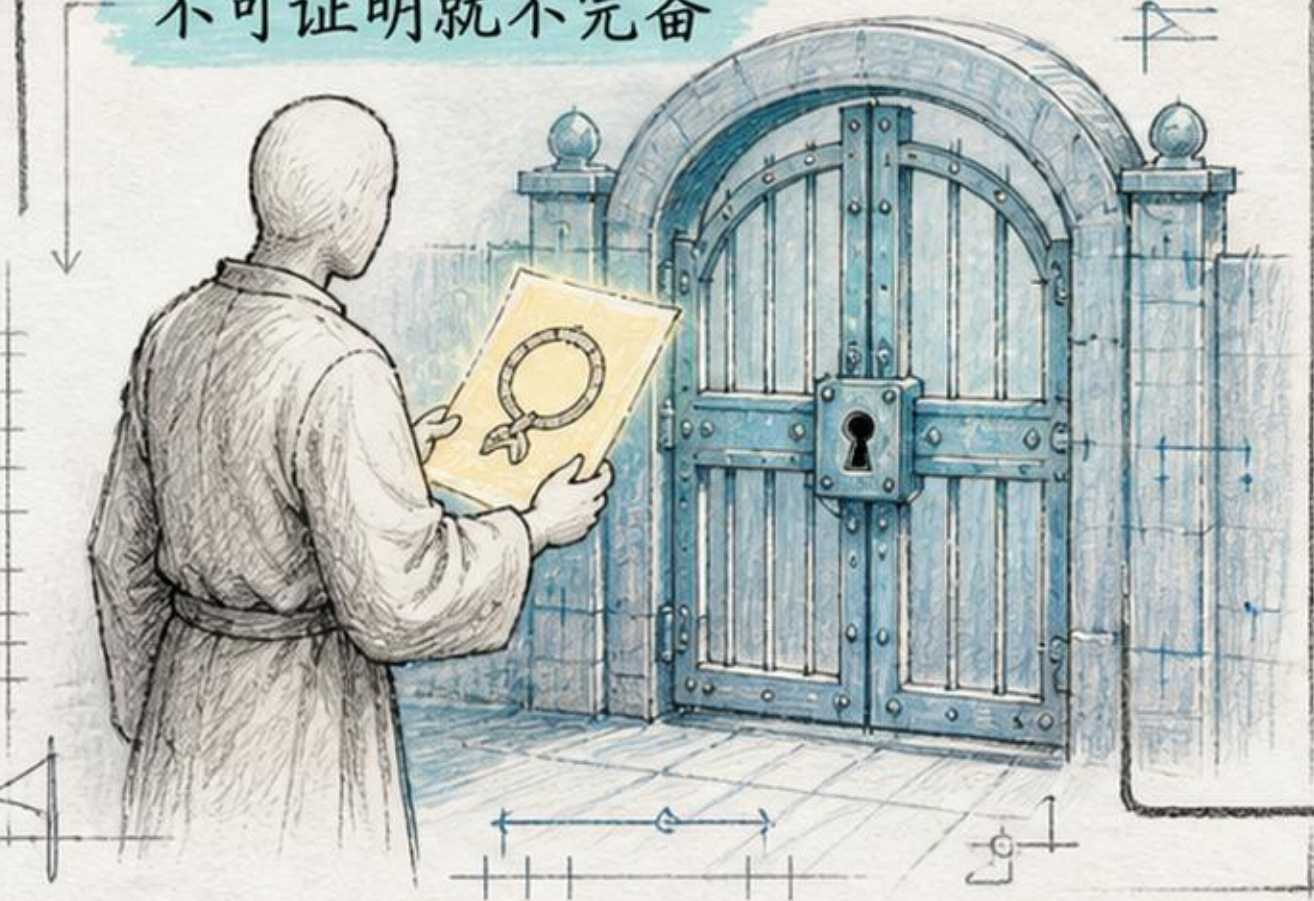


不是悖论，
是不完备

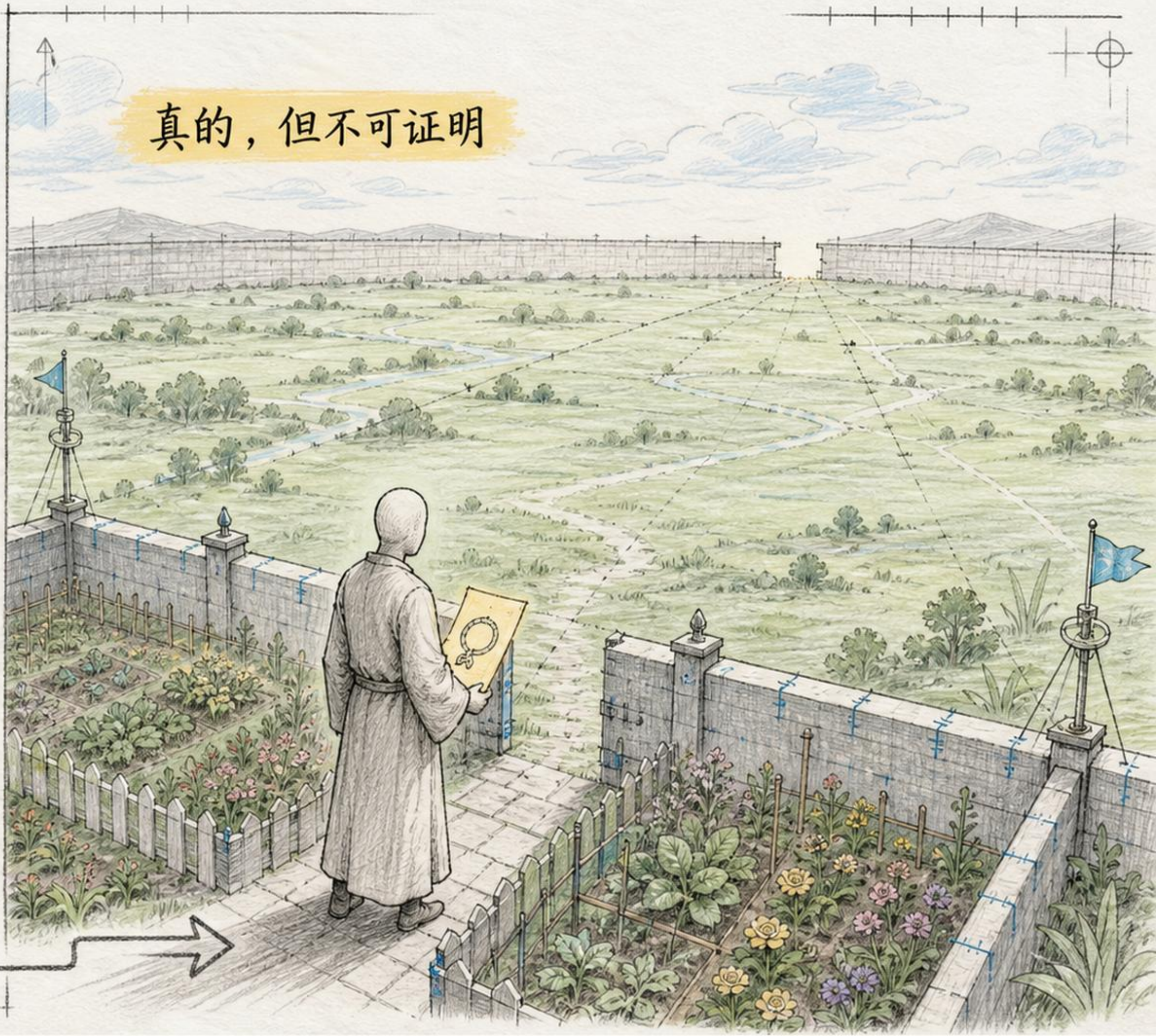
可证明就不一致



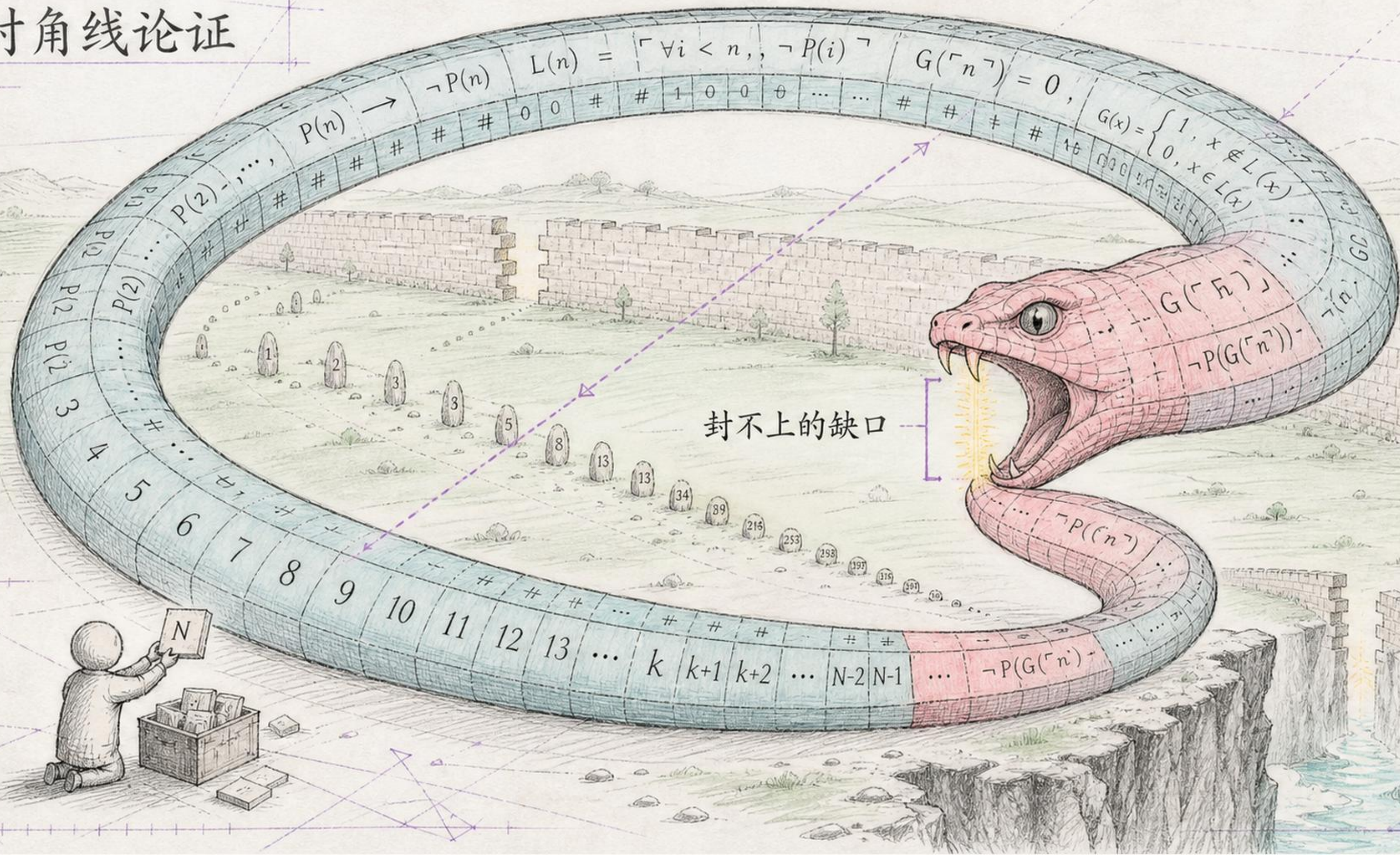
不可证明就不完备

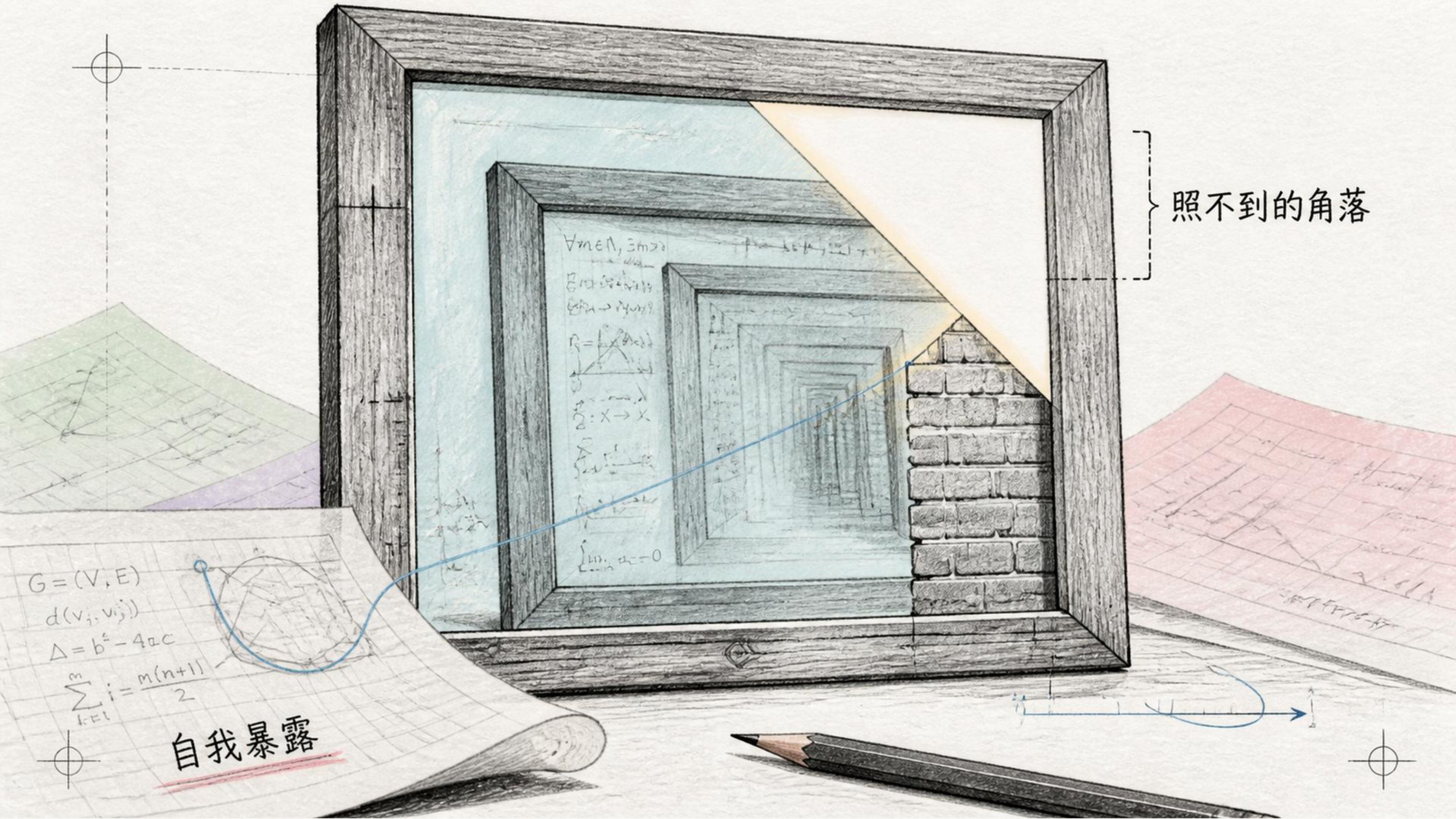


真的，但不可证明



对角线论证





照不到的角落

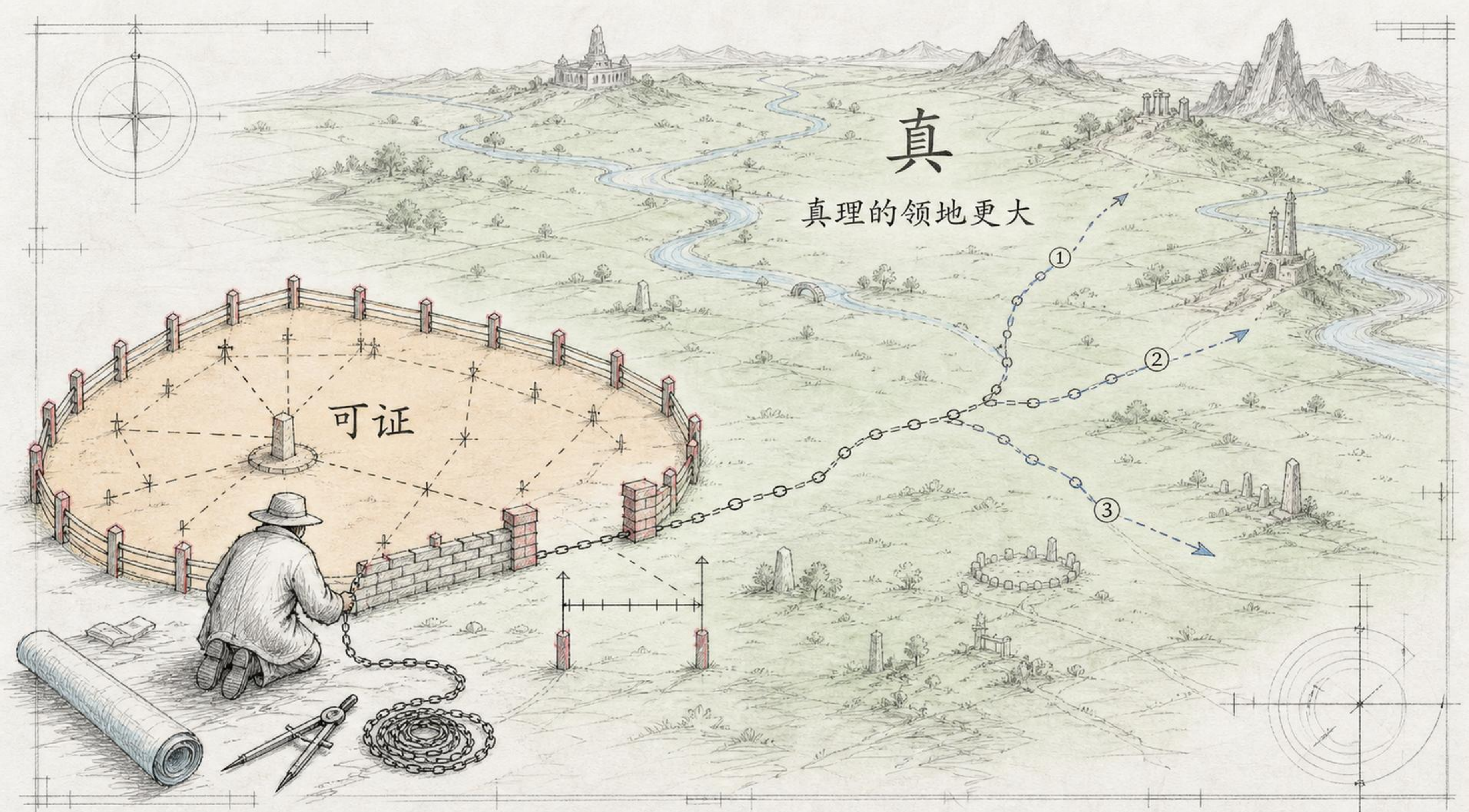
自我暴露

$$G=(V, E)$$
$$d(v_i, v_j)$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\sum_{k=1}^m i = \frac{m(m+1)}{2}$$

真

真理的领地更大

可证



$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

$P(a)$

$\therefore Q(a)$

保持沉默

$\neg \exists x R(x)$

$\therefore \exists x \neg R(x) ?$

$G = \text{Gödel}$

$G \leftrightarrow \neg \text{Prov}(G)$

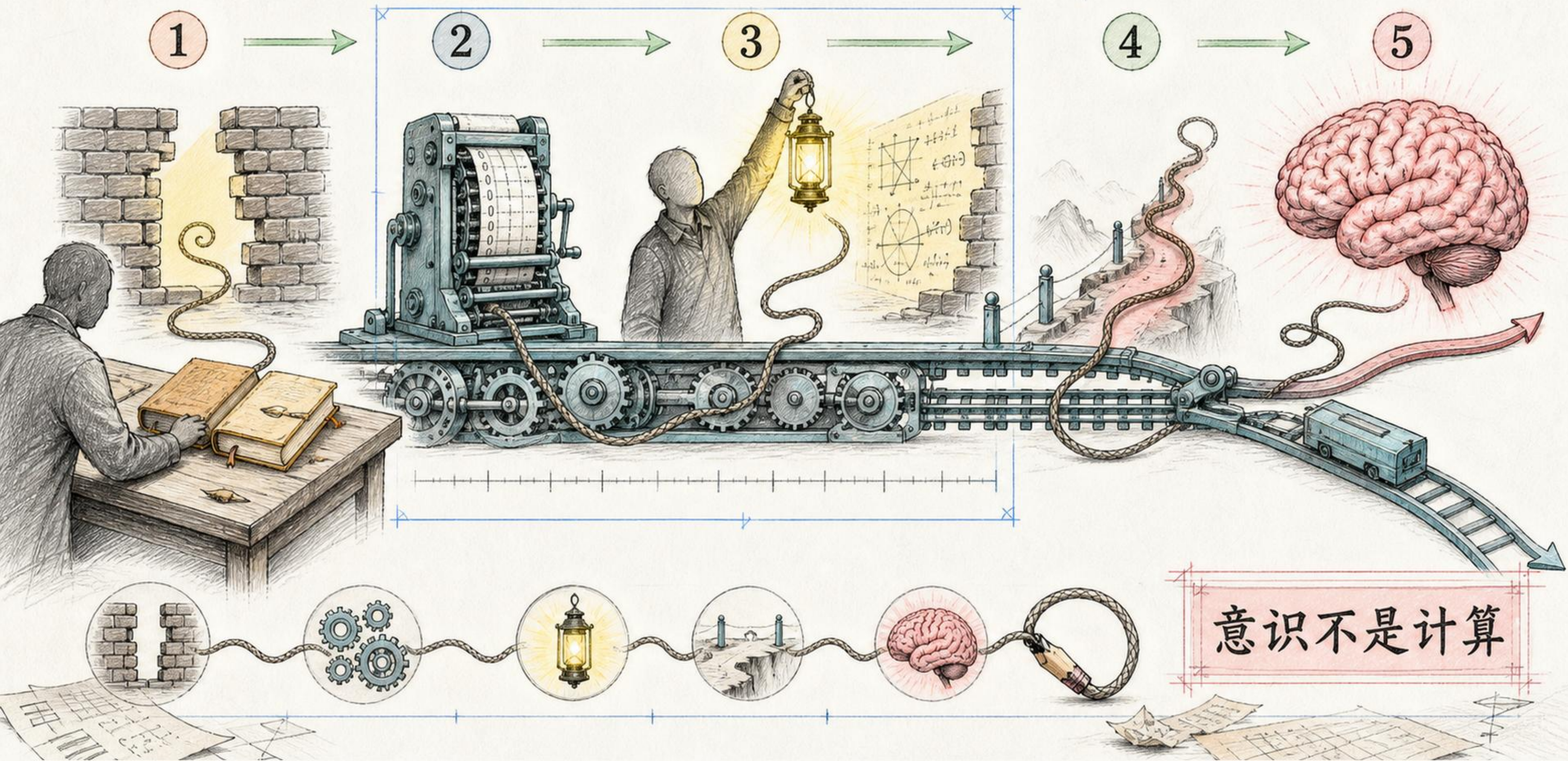
$G ?$

共享边界

它是真的

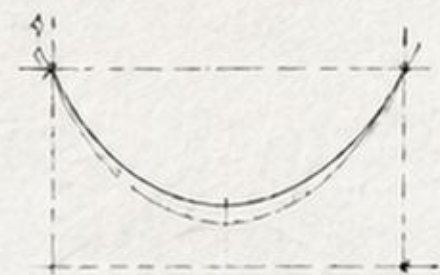
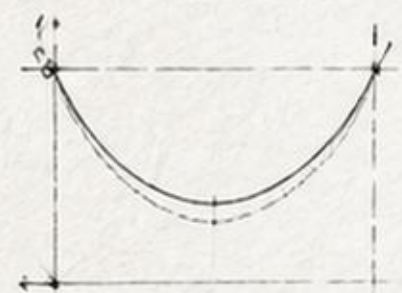
不是虚空，是实在

彭罗斯的五步推理



再跳一层

每一层都有天花板



$n = n + 1$
 $S_n \vdash \varphi$
 $S_{n+1} = S_n + \varphi$

$\forall x P_n(x)$
 $\neg P_n(c_n)$

规则 n
完备性公理
...

定理 n
证明草稿
...

$0 \quad 1 \quad \emptyset \quad \in \quad \dots$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} = 1 \quad \vdash \quad \square \varphi_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} h_n = \infty$$

①

皆不可取、不可说

②

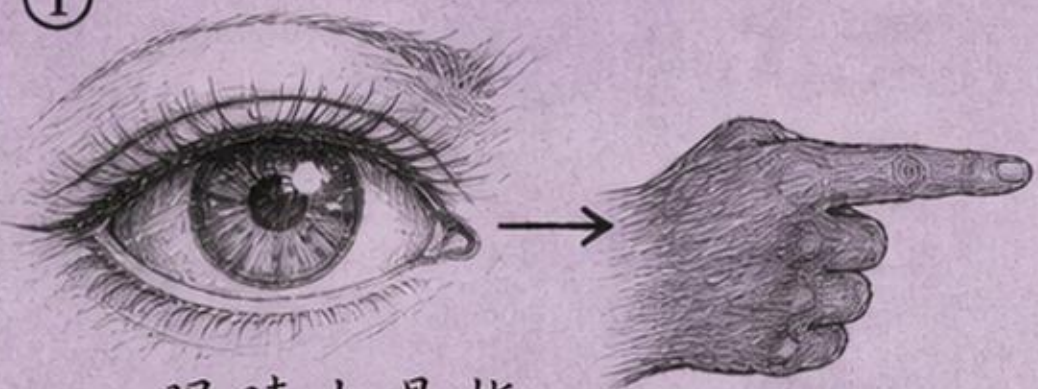
③

到岸放下筏

④

又一条筏？

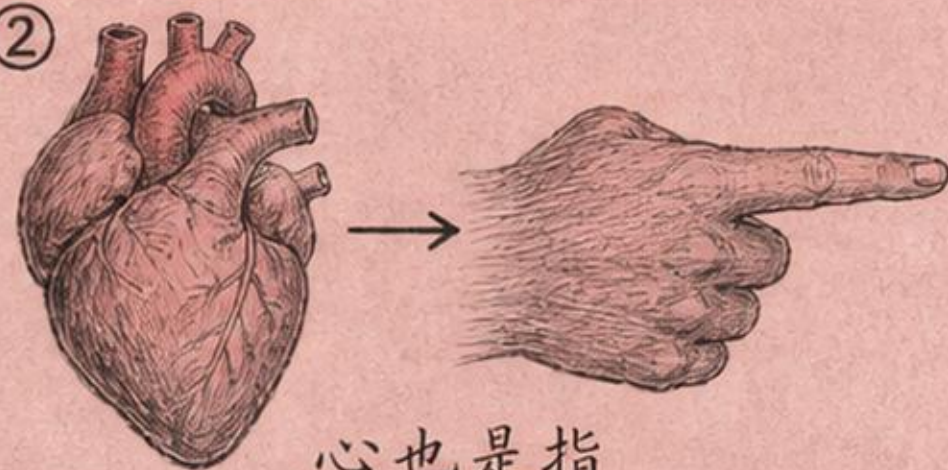
①



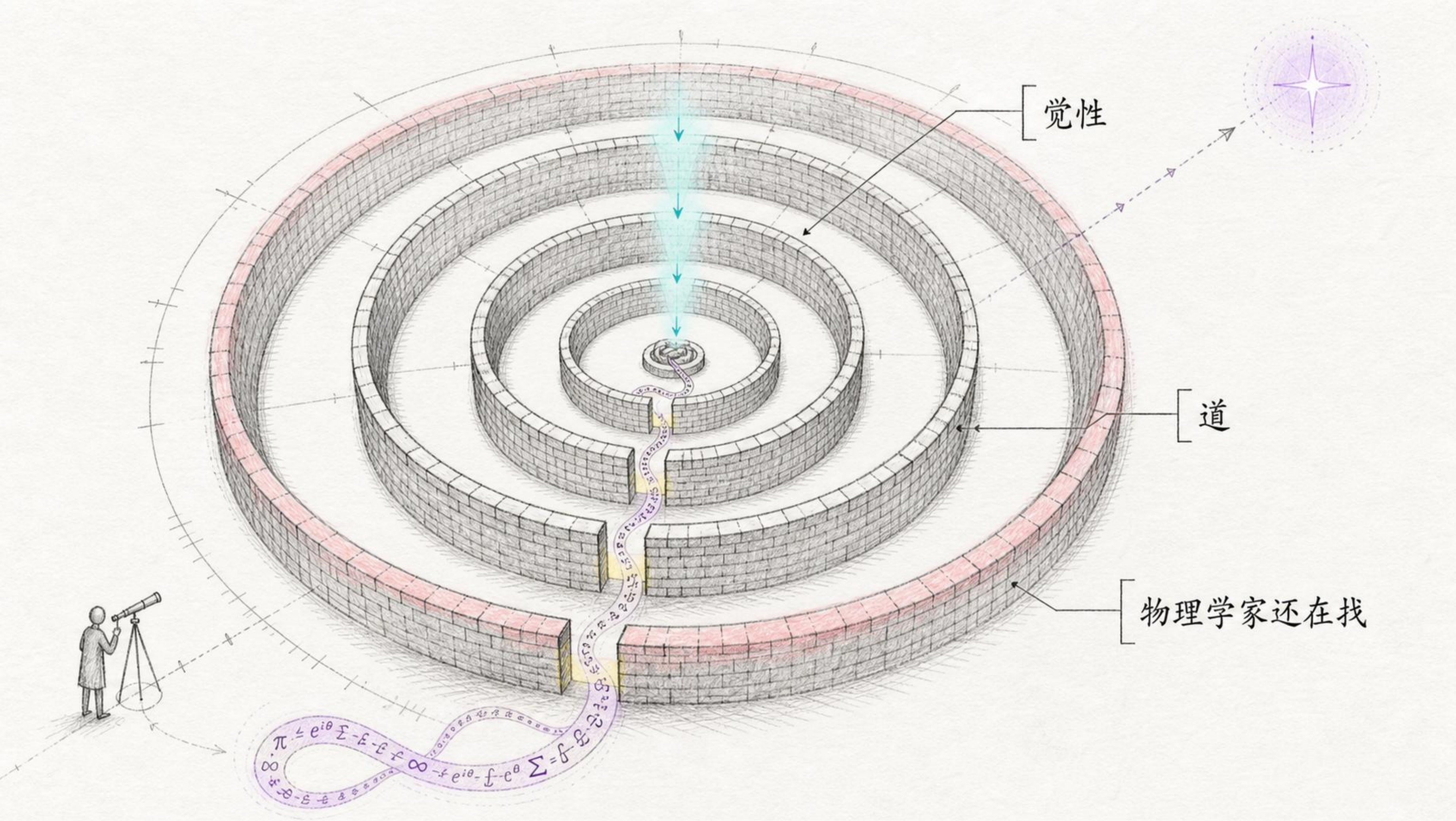
眼睛也是指

[指月之指，不是月]

②

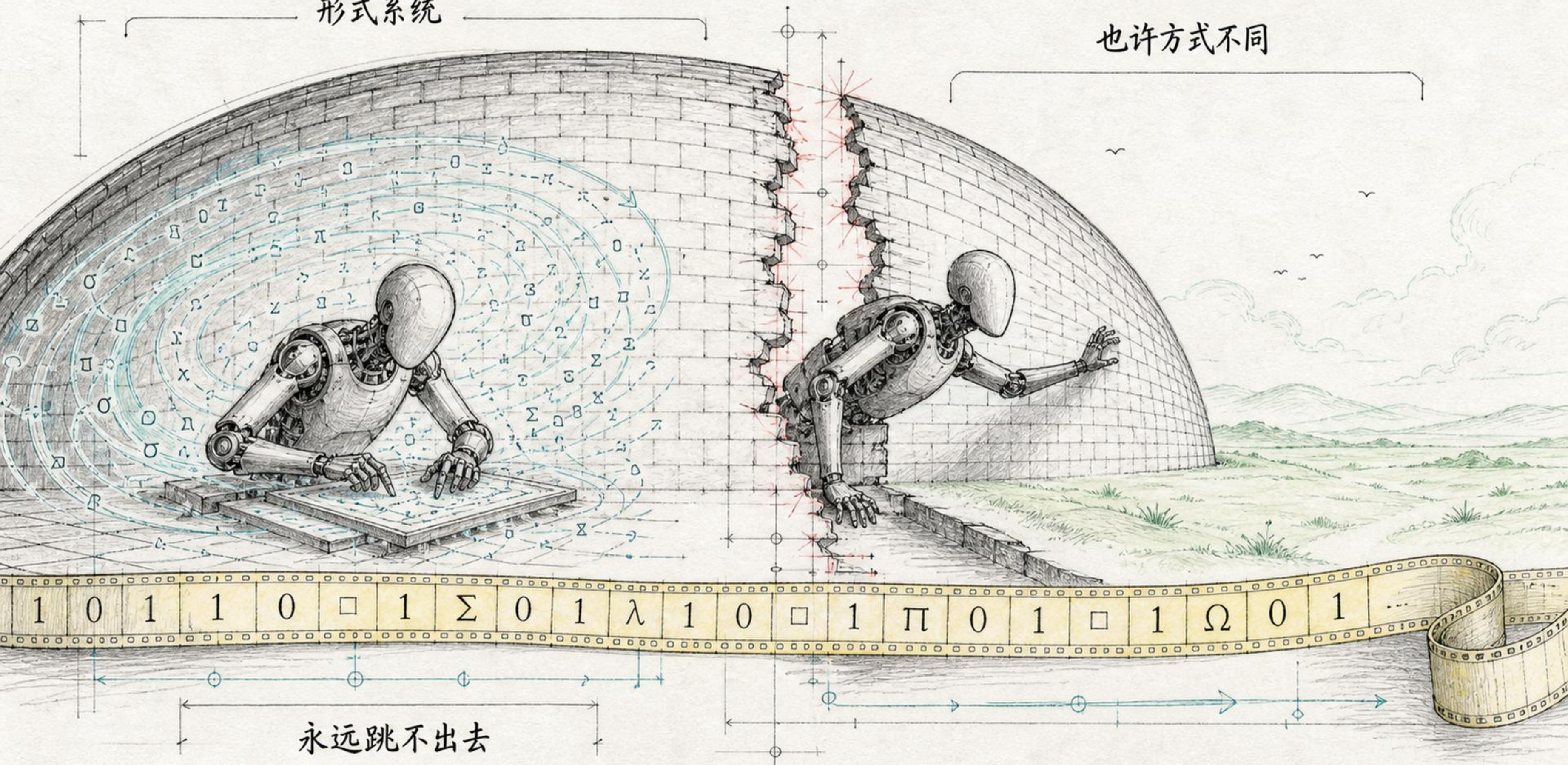


心也是指



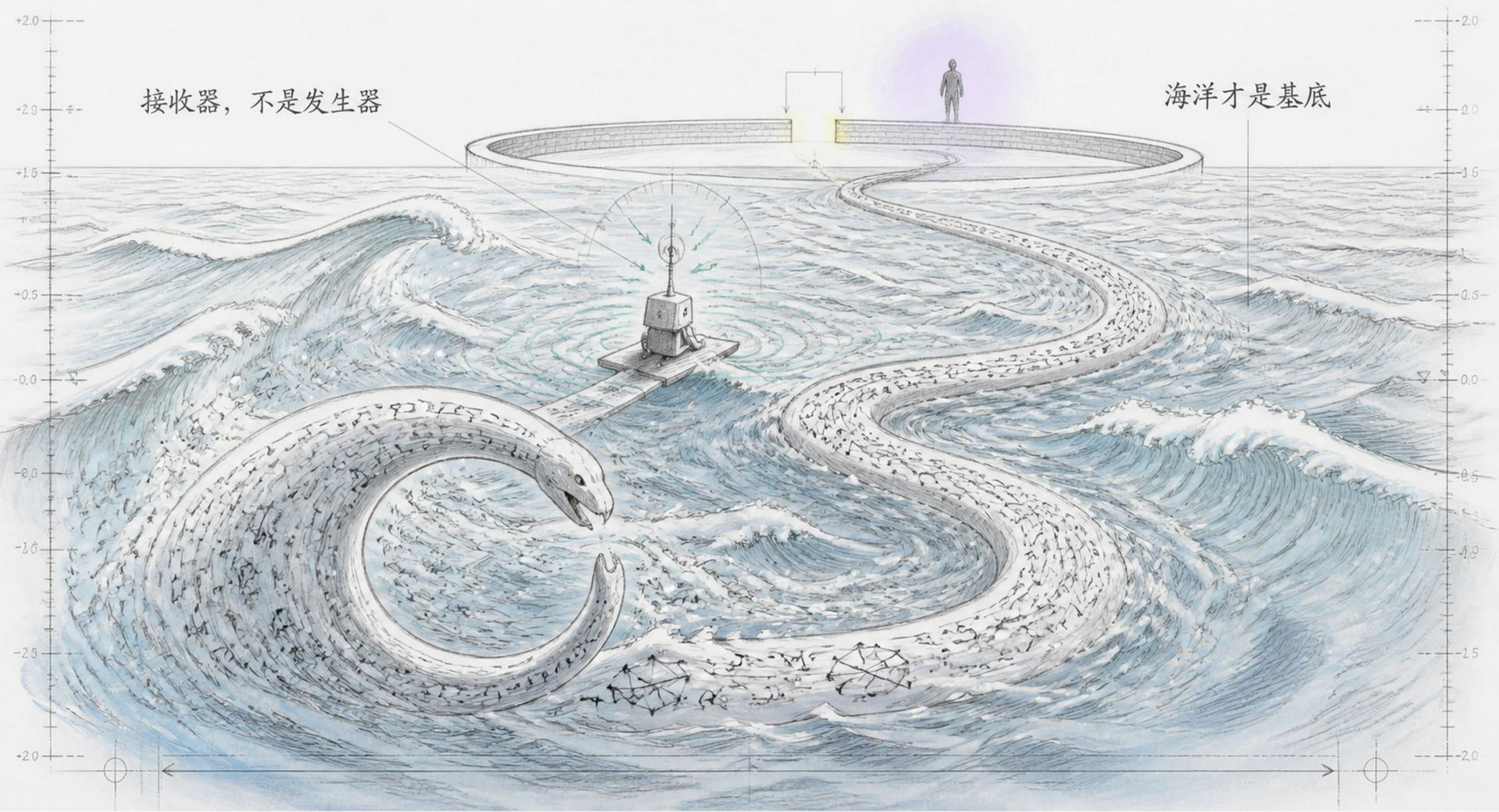
形式系统

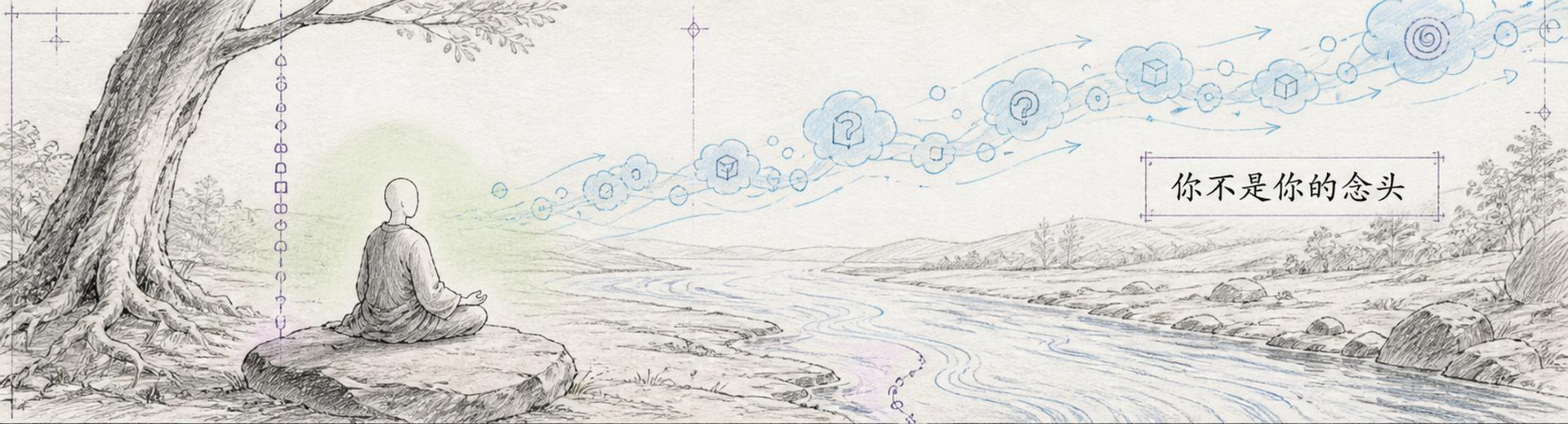
也许方式不同



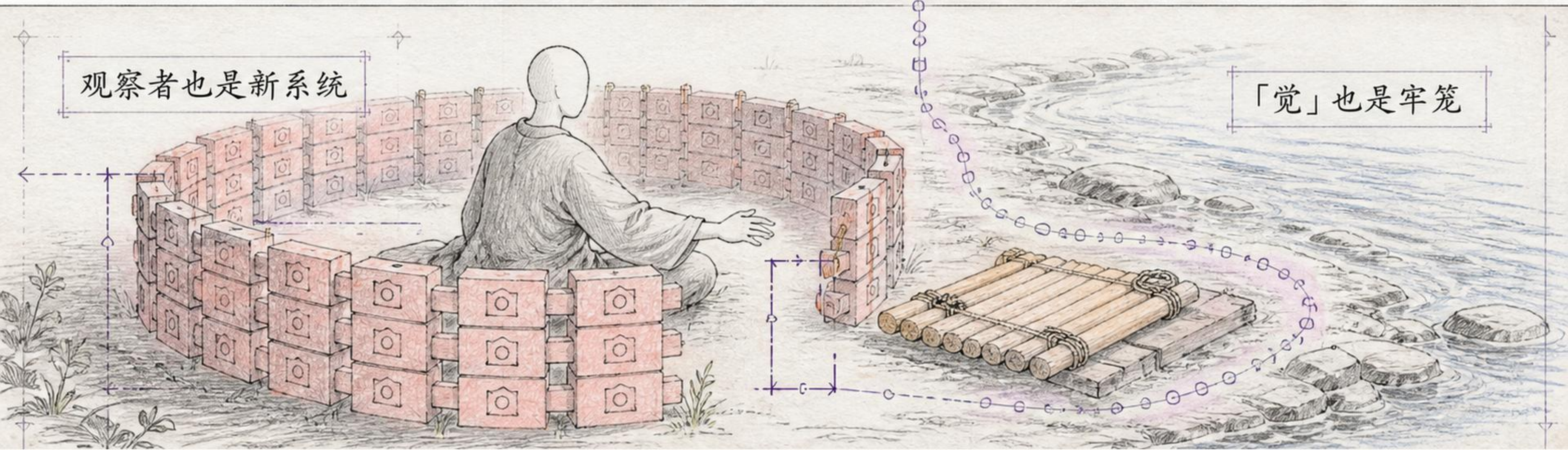
接收器，不是发生器

海洋才是基底



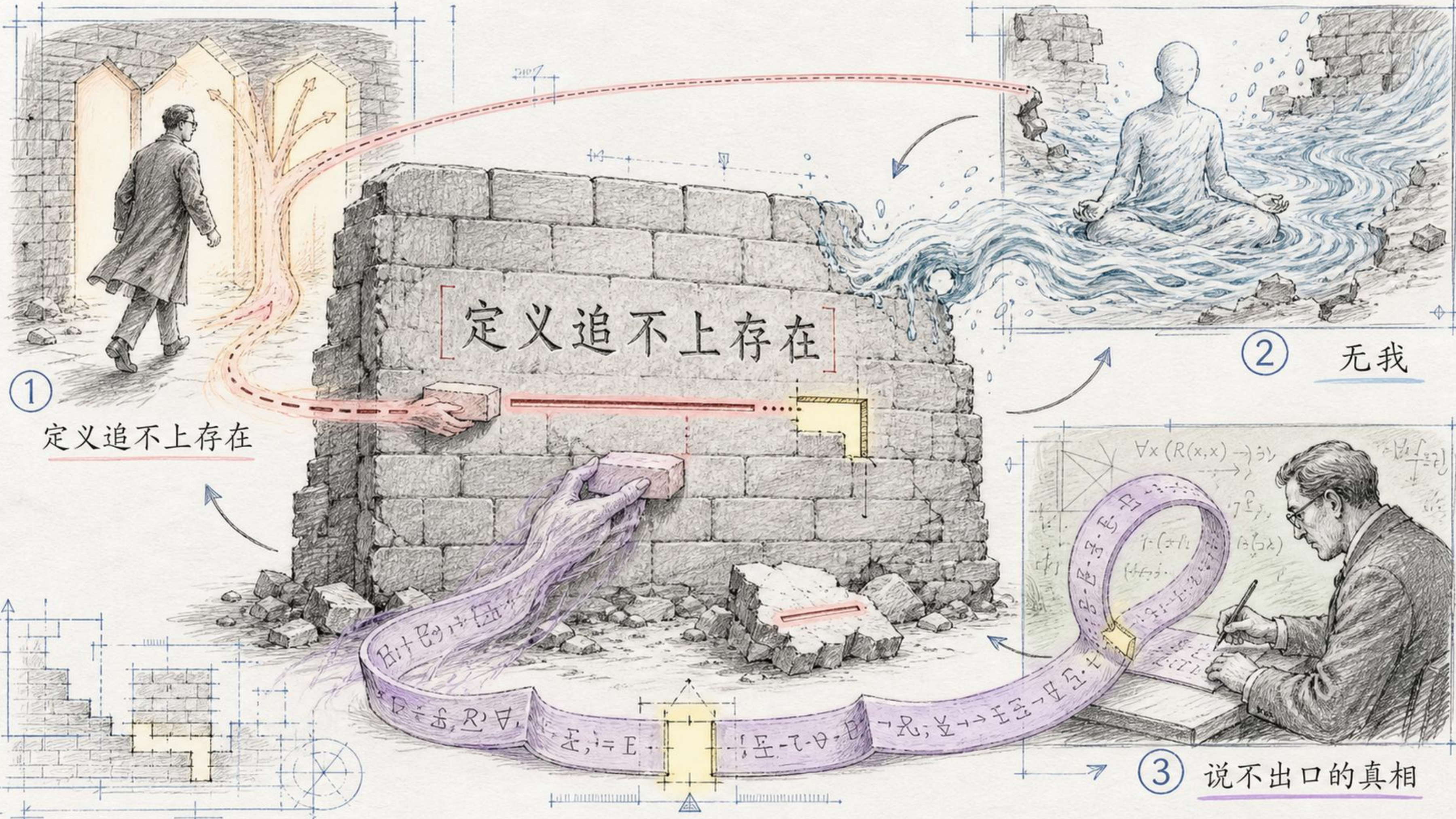


你不是你的念头



观察者也是新系统

「觉」也是牢笼



①

定义追不上存在

定义追不上存在

②

无我

③

说不出的真相

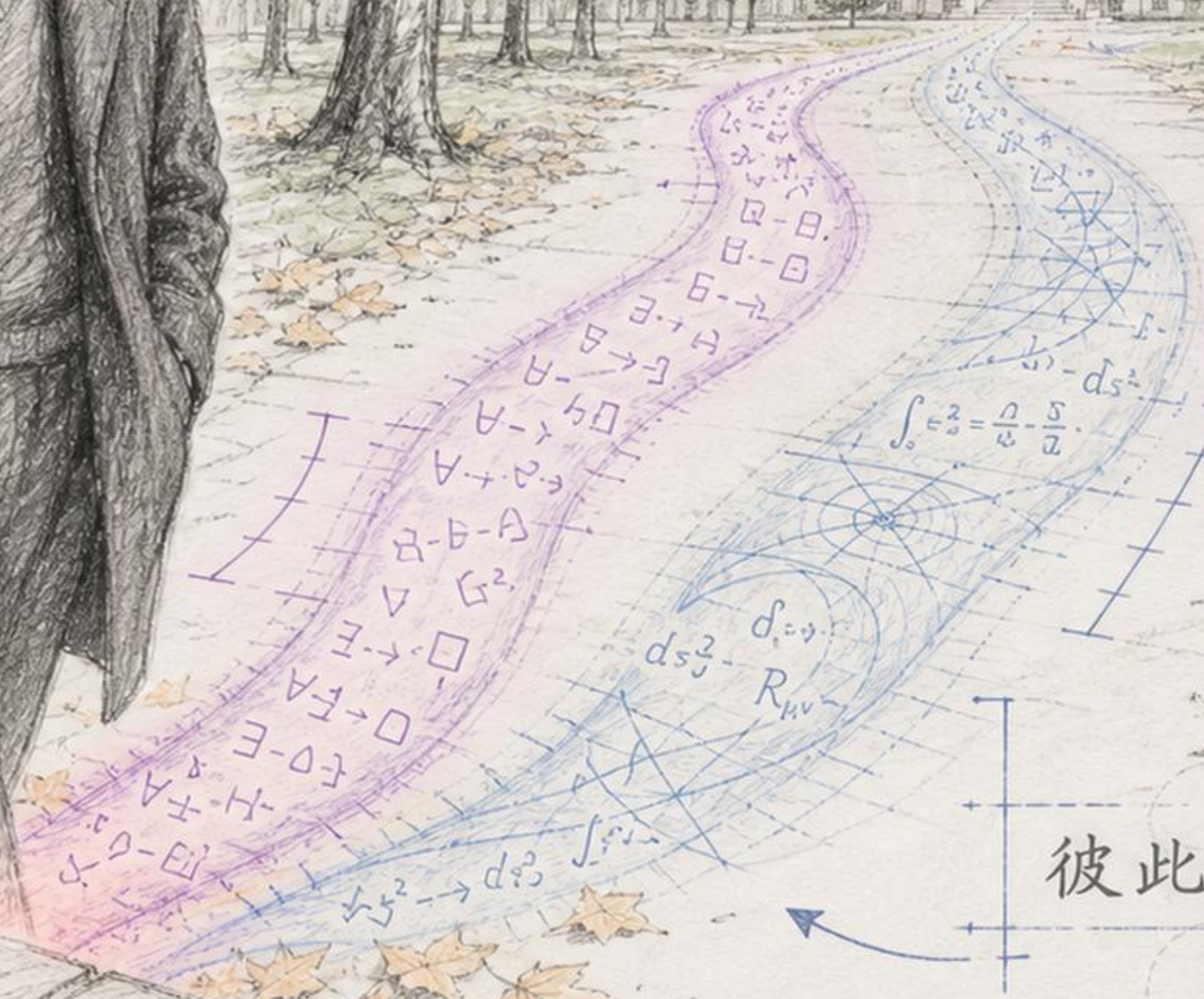
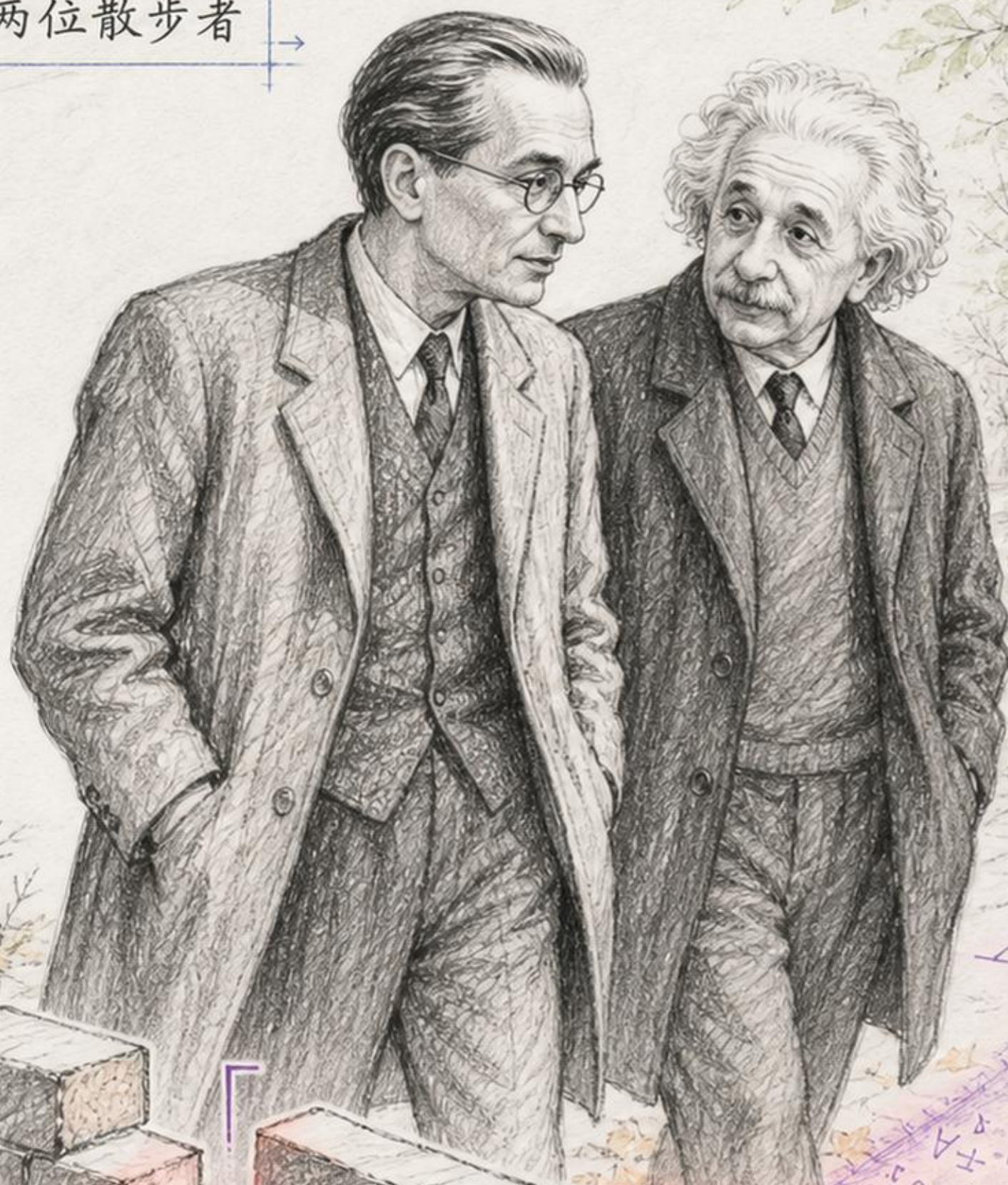


不可言说者

空

道

普林斯顿的两位散步者



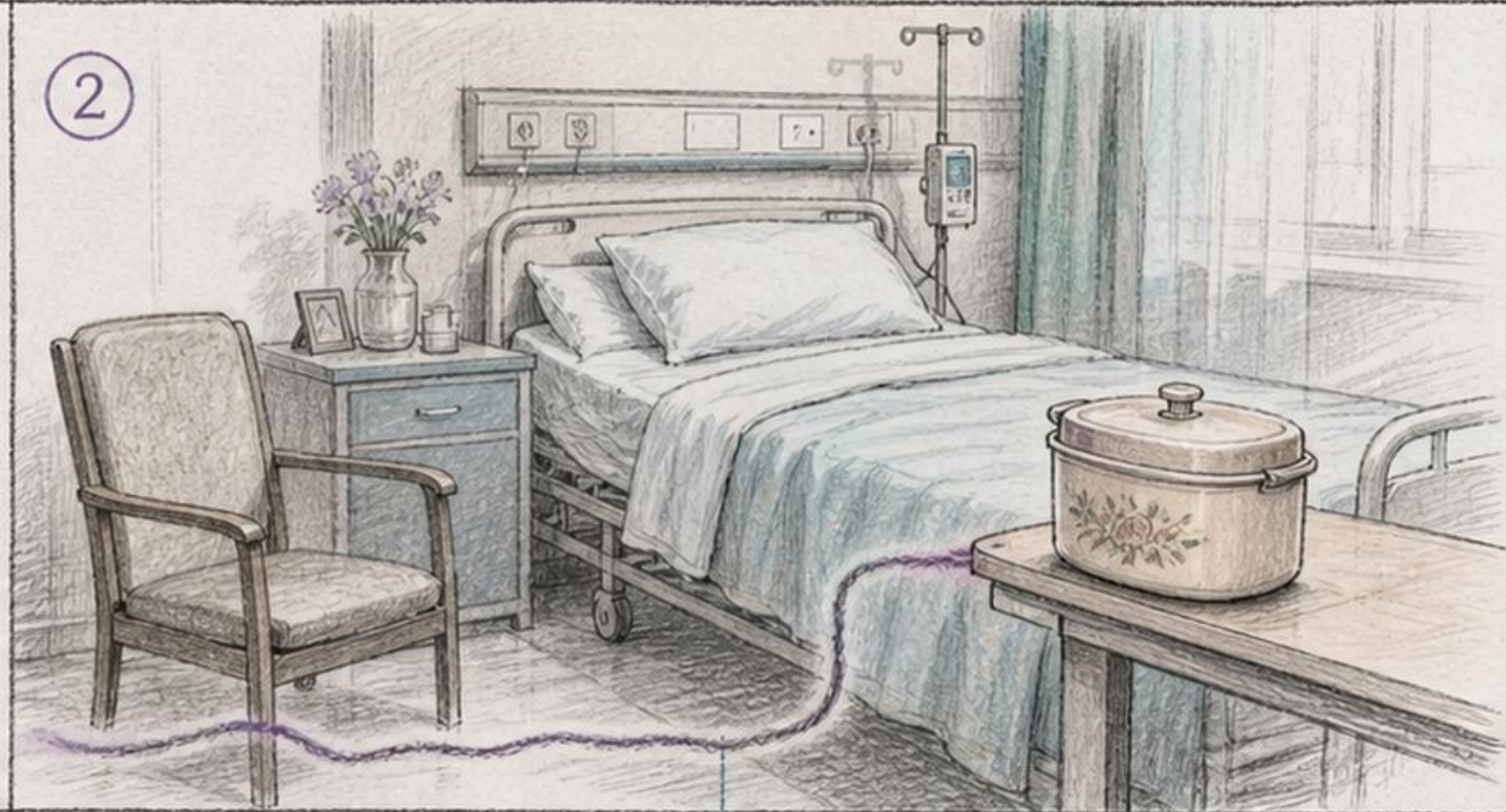
彼此的孤独

①

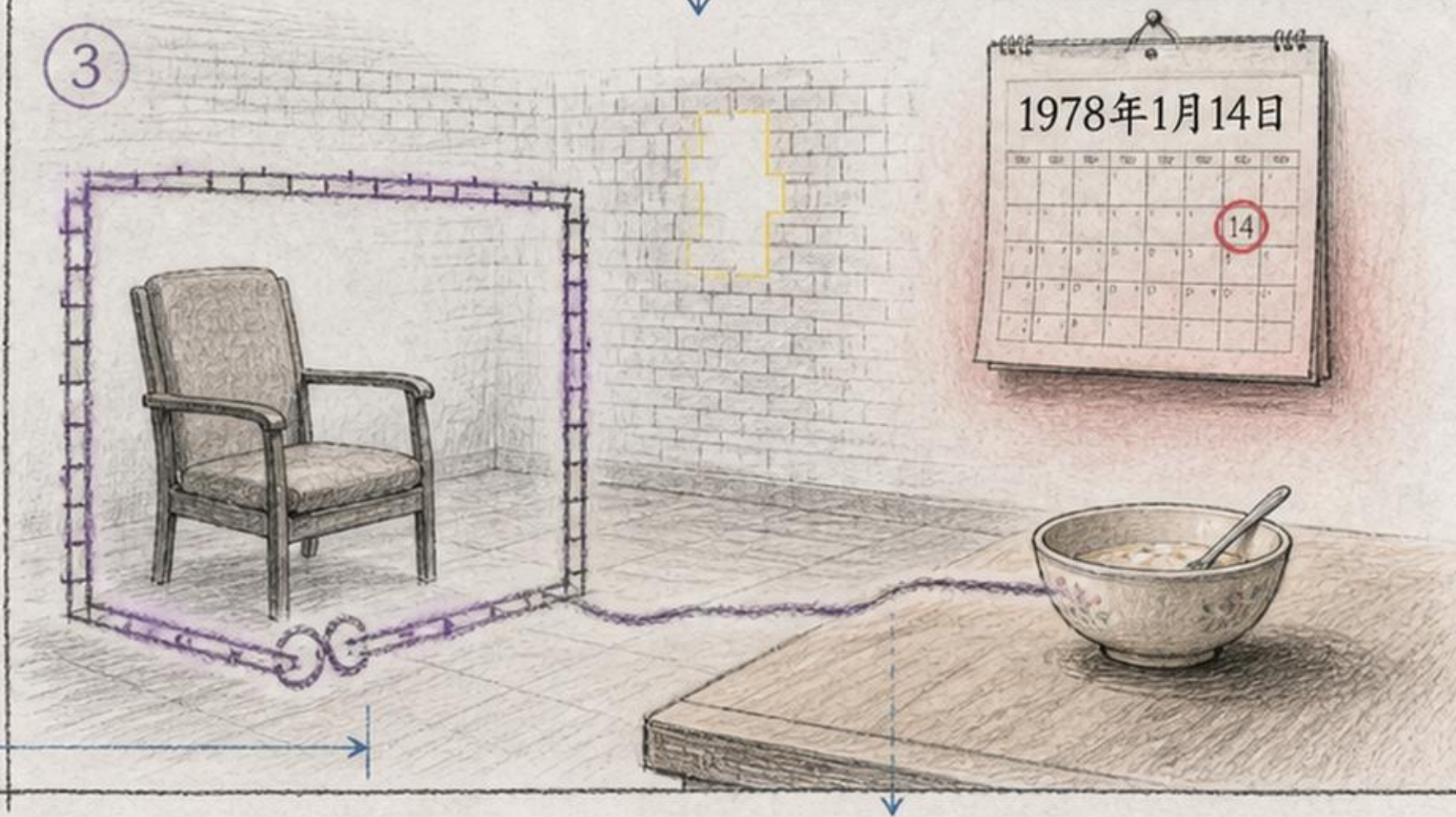
他看不见自己心里的那道缺口

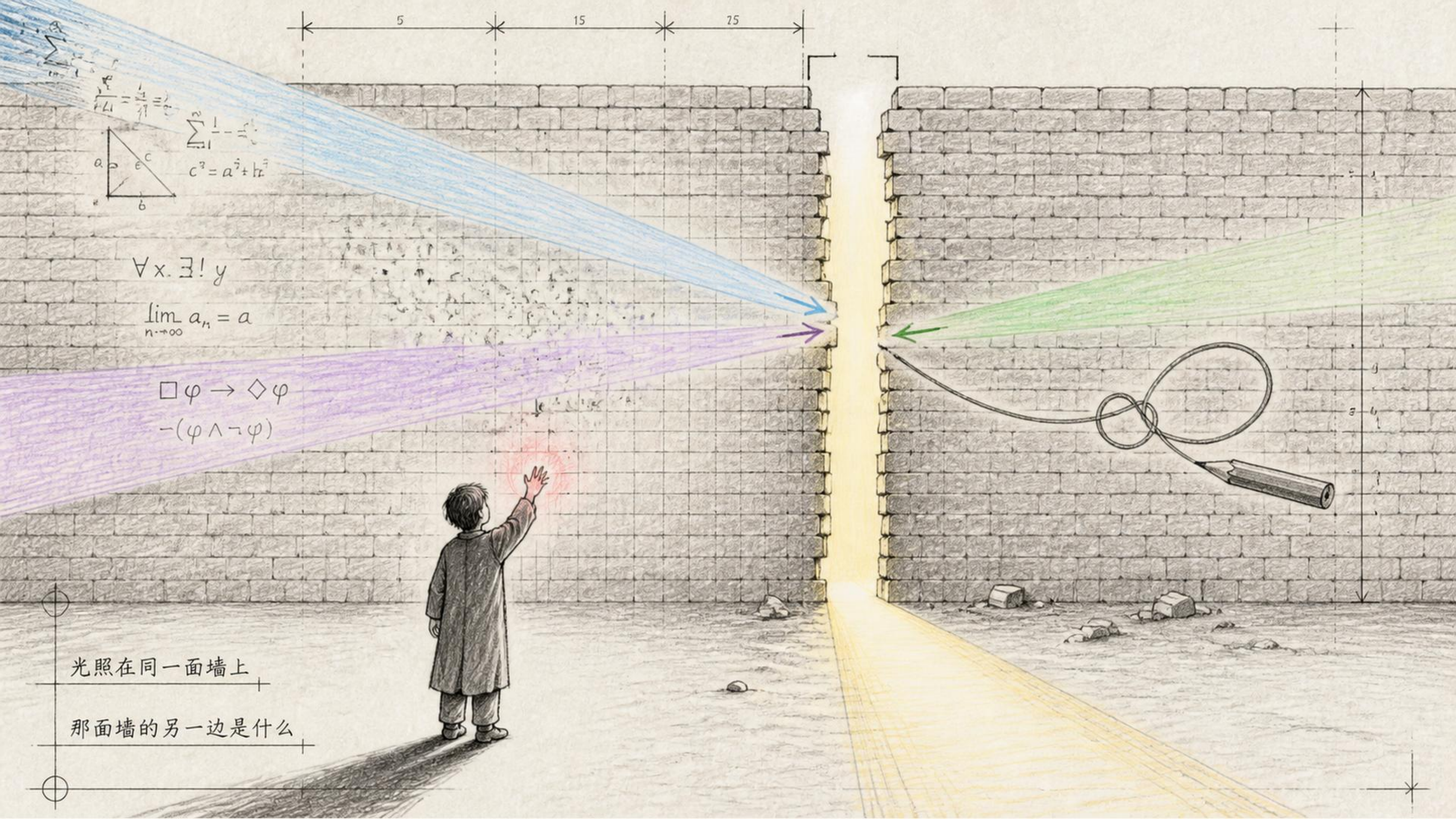


②



③





$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L_2} = \frac{1}{L_3}$

$\sum_{i=1}^2 \frac{1}{i} = \frac{3}{2}$

$c^2 = a^2 + b^2$

a, b, c

$\forall x. \exists! y$

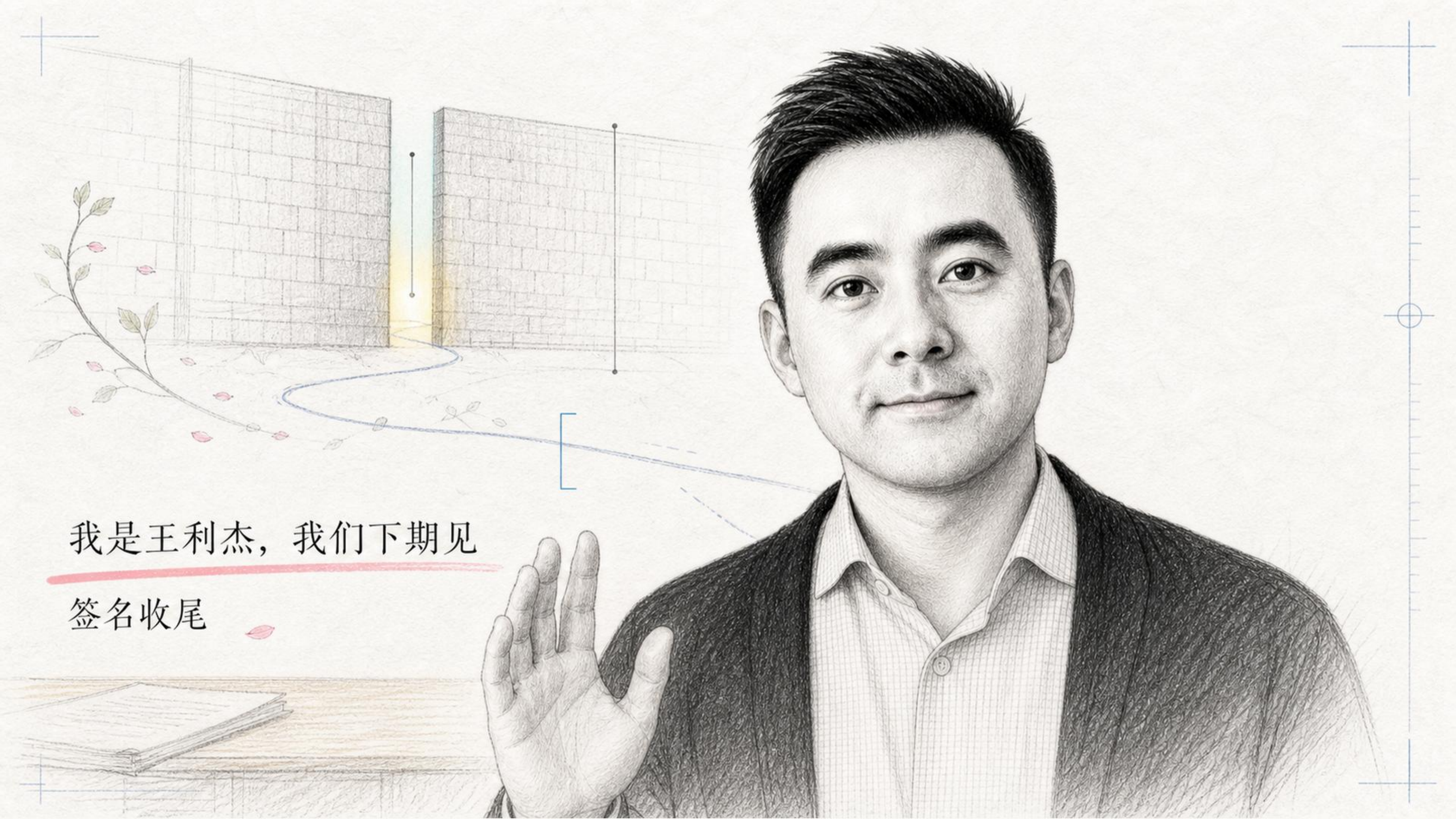
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$

$\Box \varphi \rightarrow \Diamond \varphi$

$\neg(\varphi \wedge \neg \varphi)$

光照在同一面墙上

那面墙的另一边是什么



我是王利杰，我们下期见

签名收尾